ОЧНО - ЗАДОЧНА
ШКОЛА ПО МАТЕМАТИКА

Помагалото се издава със съдействието на СМБ-секция Плевен

50 ГОДИНИ

2011

1961

СМБ СЕКЦИЯ ПЛЕВЕН

Съюз на математиците в България-секция Плевен

Млади читатели ,

С настоящата книжка ви предлагаме четива със задачи от очно-задочната математическа школа провеждана ежегодно от МГ"Гео Милев" град Плевен.

Надяваме се с този сборник подготовката ви по математика да е по-интересна и по-успешна.

Добре дошли в приказния свят на математиката.

Съставители: Петя Петкова, Веска Апостолова, Диана Данова

уч. 1999 - 2000 г.

ДЕЛЕНИЕ С ОСТАТЪК

Да припомним, че не винаги можем да разделим точно естествено число на друго. Например, няма естествено число a, за което $a\,.\,7 = 15$. В случая,

$$\begin{array}{l} \underline{}15 : 7 = 2 \\ \underline{14} \\ 1 \end{array}$$

и казваме, че при деление на 15 със 7 получаваме частно 2 и остатък 1.

Записваме $15:7 = 2$ (ост. 1). Наистина, $7.2+1 = 14+1 = 15$.

Забележете, остатъкът е по-малък от делителя!

Да разгледаме и

$$\begin{array}{l} 345 : 15 = 23 \\ -\underline{30} \\ 45 \\ -\underline{45} \\ 0 \end{array} \qquad \text{защото} \qquad \begin{array}{r} \underline{23\,.\,15} \\ 115 \\ +\underline{23} \\ 345 \end{array}$$

Тъй като делението е точно, можем да кажем, че полученият остатък е нула (или нищо). Тогава, ако за числата a,b,c и q е в сила $a:b = c$ (ост. q), то $q=0$ или $0 < q < b$.

Обърнете внимание: когато делим число с 2, можем да получим точно един от два възможни остатъка - 0 или 1;

когато делим число с 5, можем да получим точно един от пет възможни остатъци: 0,1,2,3 или 4! С други думи,

Когато делим числото A с числото B, остатъкът q е някое от числата 0,1,......, B-1 и $A=B\,.\,C + q$.

Задача 1. Да се раздели числото А с числото В, ако :
а) А=137 , В=3 ; б) А=12 , В=1 ; в) А=2 , В=5 .

Решение:

а) 137 : 3=45 (ост.2) ; б) 12 : 1 = 12(ост.О) ; в) 2:5=0(ост.2).

$$\begin{array}{r} -\underline{12} \\ -17 \\ \underline{15} \\ 2 \end{array}$$

12.1+0=12+0=12

0.5+2=0+2=2

45.3+2=135+2=137

Забележете, <u>ако делимото е по-малко от делителя, частното е равно на 0!</u>

Задача 2. Диди се пита дали има естествено число, което като разделим с всяко друго естествено число да получим :

а) един и същ остатък;
б) едно и също частно?

Отг. а),б) Има- числото 1.

Задача 3. Да се определи кое от числата a,b,c и q е делимото, кое е делителят, кое е частното и кое - остатъкът.
ако :
а) a=4, b=5 , c=10, q=45 ;
б) a=19, b=97, c=2, q=5;
в) a=99, b=8 , c=7 , q=13 .

Решение:

а) Тъй като сред дадените числа няма 0, делимото е най-голямото число, т.е. 45. Делителят не може да е равен на 4, защото остатъкът трябва да е число, по-малко от него. а в същото време и 5, и 10 са по-големи от 4. Делителят не може да бъде и 5, защото тогава остатъкът ще е 0. Следователно
45 : 10=4(ост.5).

б) И тук делимото е най-голямото число, т.е. 97, а числото 2 не може да бъде делител. От друга страна, 97:5 = 19 (ост.2), както и 97:19=5 (ост.2). Следователно в този случай не можем да определим еднозначно делителят и частното.

в) Делимото е 99, а делителят е някое от числата 8 и 13. Проверяваме последователно и установяваме, че 99:13 = 7 (ост.8).

Забележете, **<u>не винаги остатъкът е по-малък от частното!</u>**

Задача 4. Пипи има за домашно да изпише всички числа, които при деление с 9 дават частно 4. Помогнете й!

Решение: Когато някое естествено число или 0 разделим с 9, можем да получим точно един от девет възможни остатъка -0,1,2,3,4,5,6,7,8. Тогава всички числа, при делението на които с 9 намираме частно 4, са: 9.4 + 0, 9.4+1, 9.4+2, 9.4+3, 9.4+4. 9.4+5, 9.4+5, 9.4+6 , 9.4+7, 9.4+8.

Пипи трябва да напише числата 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44.

Задача 5. Да се намери произведението на всички числа, които като разделим с 5 получаваме частно 1.

Упътване: Намерете първо числата. Всъщност те при деление на 5 дават частно 1 и остатък някое от числата 0, 1,2,3 и 4.

Отг. 15 120

Задача 6. Да се посочат всички двуцифрени числа, които при деление на 14 дават остатък 6.

Решение: Щом търсените числа са двуцифрени, тогава те са по-малки от 100. Първото число, което при деление на 14 дава остатък 6 е числото 14.0+6=6. Но то е едноцифрено. От друга страна,

14.1+6=20, 14.2 + 6=34 . 14.3 + 6=48 ,
14.4 + 6=62 14.5 + 6=76, 14.6 + 6=90. При това, 14.7+6=104 > 100.

Следователно, търсените числа са 20, 34, 48, 62, 76 и 90.

Обърнете внимание, че ако знаем първото от тях, всяко следващо можем да получим като към предходното прибавим 14 (делителя).

Задача 7. Да се намерят всички двуцифрени числа, които при деление на 11 дават остатък 3, а при деление на 9 - остатък 4.

Упътване: Образувайте две редици от числа - такива, които при деление, на 11 дават остатък 3 и такива, които при деление на 9 дават остатък 4. Търсените числа трябва да се намират и в двете редици.

Задача 8. Аника след като решила задачата от домашното се опитала да намери сбора на всички числа, по-големи от 80 и по-малки от 200, които при деление на 55 дават остатък 4. Получила 283. Вярно ли е пресметнала?

Упътване: Използвайте, че търсените числа са от вида 55.а+4, където а > 1. Защо?

Задача 9. Един месец започва в сряда. Какъв ден от седмицата ще бъде: а) деветият ден от месеца; б) двадесет и седмият ден?

Решение: а) Щом първият ден от този месец е в сряда, то вторият е в четвъртък. Третият ден е в петък и т.н. Освен това тъй като седмицата има 7 дена, всички дати от месеца, които при деление на 7 дават един и същ остатък, се падат в един и същ ден от седмицата. Тогава 9:7=1(ост.2) или деветият и вторият ден от месеца се падат в един и същ ден от седмицата. Тук той е четвъртък.

Кои други дати от този месец ще бъдат в четвъртък, ако след 29-тият ден има още?

Ако при делението на 7 получим остатък 0, кой по ред може да бъде този ден от месеца?

Задача 10. Тази година 03.03. се пада в петък. Какъв ден от седмицата ще бъде 24.05.?

Упътване: I н. Последователно намерете какъв ден от седмицата се падат 01.04., 01.05. и 24.05. Използвайте, че броят на дните на март е 31, а на април е 30.

II н. От 03.03. до 24.05. , включително, броят на дните е

$\underset{\text{март}}{29} + \underset{\text{април}}{30} + \underset{\text{май}}{24} = 83$. Тогава 83:7=11 (ост.6). Но ако първият ден (03.03.) е в петък, следва че шестият е в сряда. Това означава, че и 24.05. е в сряда,

Задача 11. Тази година 14.02. се пада в понеделник. Какъв ден от седмицата:

а) ще бъде следващата година;

б) ще бъде след две години;

в) е бил миналата година?

Решение: а) Тази година е високосна. Следователно има 366 дни. Но 366:7=52 (ост.2) и от 15.02. тази година до 14.02.2001 г., включително, има точно 366 дни. Тона означава, че 14.02.2001 г. и 16.02.2000г. се падат в сряда.

б) Следващата година има 365 дни. Това означава, че всеки ден от месец през 2002г. ще се пада в деня от седмицата, следващ този, в който се падат през 2001 г.. По-точно, 14.02.2002г. ще бъде в четвъртък.

в) Тук търсим деня от седмицата, предхождащ този, в който 14.02. се пада тази година, т.е. търсеният ден е неделя. Това обаче се отнася само до дати преди 29.02. Ако ни интересува в кой ден от седмицата е бил 01.03., вече трябва да върнем два дена от седмицата назад, в който 01.03. се пада сега.

Задача 12. Тази година 01.06. се пада в четвъртък. Без да използвате календар намерете в кой ден от седмицата се пада:

а) 01.11.2000г.; б) 01.11.2001 г.; в) 01.11.1999 г.?

Задача 13. В един месец от пет понеделника три се падат на четна дата. В какъв ден от седмицата се пада 17-тият ден от този месец?

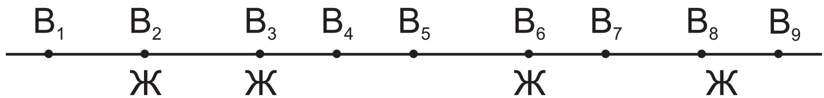
Упътване: Месецът има 29 или повече дни (4.7+1=29). Тогава, ако първият понеделник е нечетна дата, "четните" понеделници ще бъдат само два. По такъв начин първият понеделник е четна дата. Единствената възможност е 2 или месецът е започнал в неделя. Следователно, тъй като 17:7=2 (ост.3), посоченият ден се пада във вторник.

Задача 14. Докато чакало да се появи Карслон, Дребосъчето отбелязало последователно върху права точки B_1 , B_2 , B_3 , B_4 , B_5 , B_6, B_7, B_8 и B_9. Тези от тях, чиито номера или при деление на 4 дават остатък 2, или при деление на 5 дават остатък 3, оцветило в жълто, а останалите - в бяло.

а) Колко отсечки с краища последователни жълти точки има?

б) С колко отсечките с краища последователни бели точки са повече?

Упътване: Iн. Тъй като точките са малко на брой, можем да си направим чертеж. Означаваме например с (ж) жълтите точки, а именно B_2, B_3, B_6 и B_8.



С помощта на чертежа намираме, че от търсените отсечки и в а), и в б) има само по една - B_2B_3 и B_4B_5 .

II н. Изписваме точките: жълти - B_2, B_3 , B_6, B_8.

бели - B_1, B_4, B_5 , B_7 , B_9. Трябват ни отсечки с последователни краища едноцветни точки. От "жълтите" отсечки само B_2B_3 е с последователни краища, а от "белите" - само B_4B_5 .

Задача15. Карслон се появил ненадейно и както обикновено, заявил, че той е най-великият, най-умният и най-съобразителният. Начертал окръжност и върху нея отбелязал точките A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6 и A_7. Тези от тях, чиито номера се делят точно на 2 са оцветени в жълто, а останалите - в бяло. Колко пъти отсечките с краища жълти точки са повече от отсечките с краища непоследователни зелени точки?

МЕТОД НА ПЪЛНОТО ИЗЧЕРПВАНЕ

Да припомним,
решение на задача е такова число (числа), което удовлетворява условията на тази задача. В такъв случай не всяка задача има решение, както и не е задължително това решение да е само едно!

Тогава, да се реши задача означава <u>или да се покаже, че тя няма решение, или да се намерят ВСИЧКИ възможни решения.</u>

Да обърнем внимание, <u>когато решаваме задача по различни начини е едно, а когато търсим различни числа, които решават задачата е друго!</u>

По-долу ще разгледаме един начин за решаване на задачи, който не винаги е най-краткия път към крайния резултат, но поне винаги можем да използваме.

И така, идеята е да проверим дали всяка възможна стойност на неизвестното изпълнява условията на задачата.

Бавно, но сигурно!

Задача 1. Да се намерят всички двуцифрени числа, които се делят точно на 2 и сборът от цифрите на които е равен на 5.

Решение: Търсените числа трябва да се делят без остатък на 2. Тогава те са четни и за да решим задачата, от всички двуцифрени четни числа ще отделим тези, със сбор на цифрите, равен на 5.

Можем да разсъждаваме и така:

Означаваме цифрата на десетиците с х. В такъв случай цифрата на единиците е (5-х), а търсените числа са от вида 10.х + (5-х). Да обърнем внимание, цифрата х може да приема само стойности от 1 до 5, включително (Защо?). Проверките и резултатите от тях оформяме в таблица.

х (цифра на десетиците)	1	2	3	4	5
5-х (цифра на единици)	4	3	2	1	0
10.х+(5-х) (число)	14	23	32	41	50

Измежду получените числа само 14, 32 и 50 са четни, което показва, че те са решенията на задачата.

Задача 2. Да се намерят трицифрените числа, по-малки от 200, сборът от цифрите на които е 7. Коя е последната цифра на произведението им?

Упътване: Търсим всички трицифрени числа, по-малки от 200. Това означава, че цифрата на стотиците е 1.

Тогава сборът от цифрите на десетиците и единиците е 6. При това, тук цифрата на десетиците може да бъде и 0.

x (цифра на десетиците)	0	1	2	3	4	5	6
6-x (цифра на единиците	6	5	4	3	2	1	0
число	106	115	124	133	142	151	160

Отг. 0

Задача 3. Патокът Доналд получил писмо. В един момент забелязал, че пощенският код на подателя е число, последната цифра на което е 3 пъти по-голяма от всяка от останалите цифри. Зачудил се колко такива четирицифрени числа има и кои са те. Помогнете му!

Отг. 1113, 2226, 3339

Задача 4. През ваканцията Томи отишъл при баба си на село. Преброил краката на новоизлюпените пиленца и родените прасенца и получил 42. По-колко пиленца и прасенца може да има в бабиния двор?

Решение: Един възможен начин за решаване на тази задача е следният.

Означаваме: брой пиленца = x (x е естествено число)

брой прасенца = y (y е естествено число)

Тогава: брой крака пиленца = 2x

брой крака прасенца = 4y

Общо: 42

Или получаваме 2x + 4y = 42. При това, най-големият брой прасенца е 10 (Защо?). Получаваме таблицата:

y	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4y	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
2x=42-4y	38	34	30	26	22	18	14	10	6	2
x	19	17	15	13	11	9	7	5	3	1

Първият ред ни показва възможния брой прасенца, а последния-съответния брой пиленца.

Забелязваме, че при $x=19$ и $y=1$, както и при $x=15$, а $y=3$, пиленцата са цяло число пъти повече (съответно 19 пъти и 5 пъти).

Нещо повече, всяко едно решение на задачата се състои от две числа-стойност на x и стойност на y!

Задача 5. В портмонето на Мими има само по 7 монети от по 2 и 5 стотинки. По колко начина тя може да плати точно сладолед от 35 стотинки?

Упътване: Означаваме например с x броят на монетите от 2 стотинки, а с y- броят на монетите от 5 стотинки. Тук освен естествени числа, x и y могат да бъдат и 0, но по-малки от 8.

Получаваме уравнението $2x + 5y = 35$.

уч. 2000 - 2001 г.

Нека ви запозная с братята Боби и Дани. По- малкият Боби е ученик в Математическата гимназия и все решава задачи. Четвъртокласникът Дани предпочита топката и игрите пред книгите с приказки и математиката. Както и да е!
На следващите страници заедно ще се опитаме да ви убедим, че. не е трудно човек да се забавлява. Дори и когато решава задачи!
Нещо ми подсказва, че ще успеем!

Боби прави фокус

- Хайде да играем! - не спираше да досажда Дани. По-големият брат Боби упорито не му обръщаше внимание. Как иначе?! Боби имаше да изреши 33 задачи през тази неочаквана ваканция, а и те не бяха от лесните.
- Моля те, остави тези задачи! Ще ги решиш после!
- Добре, но аз избирам играта - вдигна глава Боби - Нужен ти е лист, цветни моливи, пергел и линийка. Готов ли си?
- Да! Веднага! - радостно подскочи Дани и не накара Боби дълго да страда за отсъствието му - Да започваме! И Боби обясни правилата на

Игра I : *Начертай отсечка АВ. С помощта на линийка я раздели на колкото искаш равни отсечки . Върху всеки две съседни от получените равни отсечки построй квадратчета, но така, че да са разположени от различните страни на правата АВ. Кажи ми колко е сборът от обиколките на начертаиите квадратчета, а аз ще ти кажа колко е дълга отсечката АВ.*

- Не можеш! - провикна се Дани и започна да чертае. След известно време, четвъртокласникът ликуващ дръпна Боби за ръкава и произнесе тайнствено полученото число. Батко му обаче безмилостно, мигновено, без дори да го погледне изстреля точната дължина на отсечката АВ.
- Ти налучка! - търсеше обяснение малчуганът. - За да ти докажа, че сега няма нищо случайно, нека усложним играта! - предложи като за помирение баткото.

-Преди това обаче да се уговорим - ако с помощта на точка разделим отсечка на две отсечки, нека наричаме тази точка разделяща. И така.

Игра II: *Начертай отсечки АВ. С помощта на точки я раздели на колкото искаш и каквито по дължина искаш отсечки. Върху всеки две от съседните получени отсечки, които не съдържат разделяща точка, построй квадратчета така, че да са разположени от различните страни на правата АВ. Кажи ми сборът от обиколките на квадратчетата, а аз ще ти кажа дължината на отсечката АВ.*

След 5 минути, когато Боби отново "позна", Дани реши, че брат му е поне магьосник. Всъщност, хлапакът и не подозираше, че в основата на много магии стои математиката...

Да му покажем, че няма нищо свръхестествено. Връщаме се отново на **Игра I**. Тук Дани съобрази:

- ❑ Отсечката АВ бе разделена на равни части. Тогава всички начертани квадратчета имат равни дължини на страните.
- ❑ Квадратчетата с равни дължини на страните имат равни периметри (обиколки).
- ❑ Сборът от периметрите на получените квадратчета е произведение на броя им и обиколката на едно от тях.

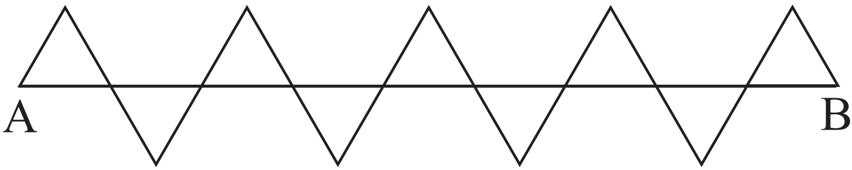
А сега да погледнем по друг начин на тази задача: Обиколката на всяко квадратче е точно 4 пъти по-голяма от дължината на страната му. Тогава сборът от обиколките на всички квадратчета е 4 пъти по-голям от сбора на частите, на които Дани е разделил отсечката АВ.

След като разкрихте "магията" помислете и отговорете на въпросите:

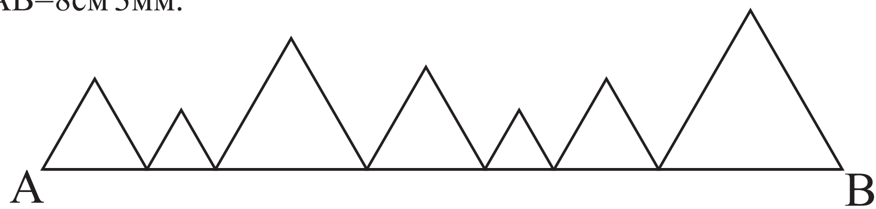
- ❑ Използвахме ли някъде в разсъжденията, че отсечката АВ се разделя на равни части?
- ❑ Използвахме ли, че съседните квадратчета са разположени от различни страни на правата АВ?
- ❑ Възможно ли е сборът от обиколките на квадратчетата да е например 17см, ако дължината на страната на всяко от тях в см е естествено число?

Следващите задачи ще помогнат както на Дани, така и на вас също да овладеете магията от **Игра II**.

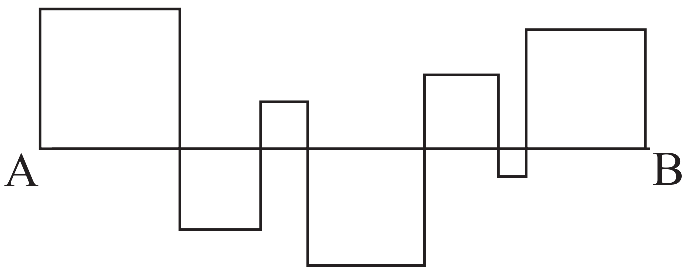
Задача 1. Да се намери дължината на затворена начупена линия, ако е известно, че нечертаните триъгълници са равностранни и AB=9 см.



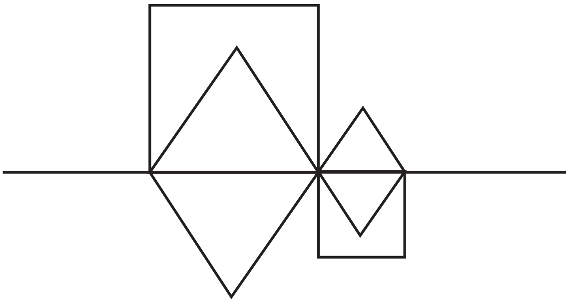
Задача 2. Да се намери дължината на затворената начупена линия, ако е известно, че триъгълниците са равностранни и AB=8см 3мм.



Задача 3. За колко време може да се избродира затворената начупена линия на чертежа, ако AB=11см, дължината на един бод е 5мм, а времето, за което се прави този бод е 10 секунди?

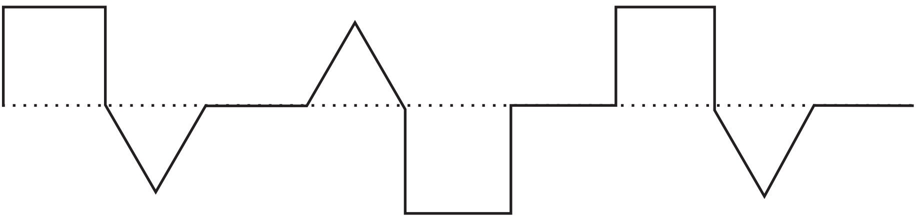


Задача 4. Начертах с молив отсечка AB с дължина 15см. Разделих я на 9 отсечки с помощта на 8 точки, различни от A и B. Върху всеки две съседни от получените 9 отсечки построих жълти равностранни триъгълници и зелени квадрати, както е показано на чертежа. След това изтрих отсечката AB. Събрах дължините на затворената жълта и зелена начупени линии и получих 11м 5 см. Верни ли са пресмятанията?



Дани ви съветва: Ако се затруднявате, направете си цветен чертеж!

Задача 5. Върху една права са дадени 2002 точки, разстоянието между всеки две от които е 1см. Върху отсечката с краища първите две точки, над правата, е построен квадрат със страна 1см. Върху следващата отсечка, отдолу, е построен равностранен триъгълник със страна 1 см. След това е начертана отсечка, с краища третата и четвъртата точки. После отгоре - равностранен триъгълник, след него квадрат и отново отсечка, както е показано на чертежа. Построенията се повтарят. Да се намери дължината на начупената незатворена линия, съединяваща първата и последната точки.



Дани ви съветва: Дадените 2002 точки образуват 2001 отсечки с дължина 1см. Намерете дължината на начупената линия, свързваща първата и четвъртата точки. Забележете, че тя с равна на дължината на начупената линия, съединяваща четвъртата със седмата точка. Намерете до 2002-та точка колко пъти ще се повтори групичката квадрат, триъгълник, отсечка (независимо от последователността и от коя страна на правата са начертани).

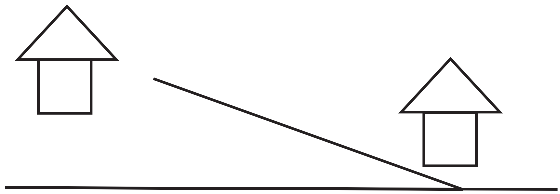
Отг:4002см

Задача 6. Външно за правоъгълник са построени равностранни триъгълници така, че всяка страна на правоъгълник е страна и на някой от тези триъгълници. Известно е, че обиколката на получената фигура е 20 см и тя е 5 пъти по-голяма от едната страна на правоъгълника. Да се намери лицето на правоъгълника.

Дани и туристите

Задача 1. За колко минути ще изминавам 1 километър, ако се движа със скорост:
а) 10 км/ч; б) 6 км/ч; в) 4 км/ч?

Задача 2. Представи си, че пътя между две хижи А и В е стръмен както на чертежа:
Един турист - математик тръгнал от хижа А в 8ч. 14мин.



сутринта. Когато стигнал до хижа В разбрал, че си е забравил личната карта в А и се върнал обратно. В хижа А бил отново в 10ч. 35мин. сутринта. При това изчислил, че е слизал със скорост 5км/ч, а се е изкачвал със скорост 2км/ч. Още, в хижа В е престоял само 15мин. и по време на преходите никъде не е спирал. Като знаеш всичко това, помисли и отговори последователно на въпросите:

а) Колко минути се е движил общо туристът?

б) За колко минути изминава 1 километър на слизане? А на изкачване?

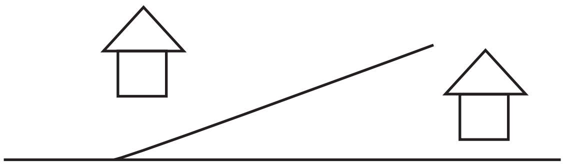
в)Ако търсеното разстояние е S км., как можем да изразим чрез S за колко минути е слязъл от А до В и се е качил от В до А общо?

г)Можем ли да намерим разстоянието между хижите S?

Отг: г) 3 км.

Вярвам, че и вие като Дани сте се преборили с тези задачи, но какво ли би станало, ако туристите са двама? А може ли маршрутът между хижите да включва не само наклонени, а и хоризонтални участъци? В следващите задачи също ще предполагаме, че туристите се движат без почивки и с постоянно темпо.

Задача 3. Пътят между хижи го А и В е стръмен, както с показано на чертежа:

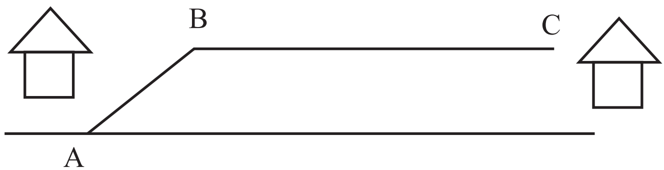


Туристът тръгнал от А към В в 9ч. сутринта. Когато пристигнал в В, оттам към А веднага тръгнал друг турист. Той пристигнал в А в 11ч.30мин. сутринта. Известно е, че вторият се е движил със скорост 6 км/ч, а първият - с два пъти по-малка от тази скорост. Да се намери разстоянието между двете хижи.

Дани ви съветва: Задайте си и отговорете последователно на въпроси като тези от задача 2. Всъщност, това е пътят, по който трябва да "минете", за да решите задачата.

Отг: 5 км.

Задача 4. Маршрутът от хижа А до хижа С се състои от наклонен и хоризонтален участък, както е показано на чертежа:



Турист тръгнал от А в 7ч. 45мин. сутринта. Когато стигнал в хижа С, оттам към А веднага тръгнал друг турист. В хижа А вторият турист бил в 10ч. 05мин. сутринта. Оказало се, че първият изминал участъка АВ със скорост 4км/ч, вторият изминал тичешком същия участък със скорост 12км/ч, а на хоризонталния път и двамата са изминавали по 6 км за 1ч. Колко километра е разстоянието между двете хижи?

Дани ви съветва: Обърнете внимание, не търсим дължината на всеки от участъците АВ и ВС, а техния сбор.

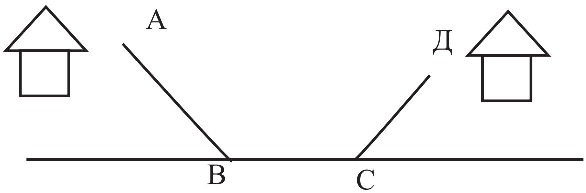
Нека AB= x (км), BC= y (км). Тогава:

	Изминава AB за:	Изминава BC за:
I турист	x . 15 (мин.)	y . 10 (мин)
II турист	x . 5 (мин.)	y . 10 (мин)

Общо двамата са се движили
$x.15 + y.10 + y.10 + x.5 =$
$= 15.x + 10.y + 10.y + 5.x = 15.x + 5.x + 10.y + 10.y$
$=(15 + 5).x + (10 + 10).y = 20.x + 20.y = 20.(x + y)$ минути.

Отг: 7км.

Задача 5. Маршрутът от хижа А до хижа Д се състои от спускане, хоризонтален участък и изкачване, както е показано на чертежа:



Едновременно от хижите А и Д тръгнали един срещу друг двама туристи. И двамата се спускали със скорост 6км/ч, изкачвали се със скорост 3км/ч, а участъка BC изминавали със скорост 4 км/ч. Туристът от А пристигнал в Д 1ч. 22мин след тръгването си. След 16мин. пристигнал в А и втория турист. Да се намери разстоянието между хижите.

Дани ви съветва: Нека AB=x км, BC=y км. а СД=z км, то времето на туриста, пристигнал в Д е
$x.10$(мин) + $y.15$(мин) + $z.20$(мин) =82(мин). Времето на туриста, пристигнал в А е
$z.10$(мин.) + $y.$ 15(мин,) + $x.20$(мин.) =98(мин). Намерете колко минути общо са се движили и пресметнете сбора $x + y + z$.

Задача 6. Пътят между две хижи в планината се състои от хоризонтални, наклонени нагоре и наклонени надолу участъци.

Турист се движи с велосипед по хоризонталните участъци със скорос 15км/ч. по надолнищата - със скорост 20км/ч., а по нагорнищата - със скорос 12км/ч. За изминаване на разстоянието между двете хижи в двете посоки са му необходими 2 часа. Намерете колко е разстоянието между тях.

Дани ви съветва: Нека в едната посока общата дължина на хоризонталните участъци е y(км), общата дължина на наклонените нагоре с z(км), а общата дължина на наклонените надолу с x(км). Сега разсъждавайте както в задача 5.

Отг: 15км

Конкурсни задачи
За четвъртокласници през учебната 2000/2001г.

Задача 1. Намерете неизвестното число x, ако
115:(65 - 5.x) + 14 = 2001 -491.4

Задача 2. Правоъгълник с лице 108 кв.см може да бъде разрязан на 12 еднакви квадратчета. Върху всяка от страните на правоъгълника външно е построен равностранен триъгълник така, че всяка от страните на правоъгълника е и страна на някой от тези триъгълници. Намерете обиколката на получената фигура.

Задача 3. Дани и Боби решили да си направят поход. Маршрутът им се състоял от хоризонтални, наклонени надолу и наклонени нагоре участъци. Децата тръгнали в 8ч. 15мин. сутринта. На отиване, след първото изкачване, спрели 15минути, за да закусят. Оказало се,че пътеката им минавала покрай чешма с изворна вода. Затова и в двете посоки децата не отминали просто така, а се спирали за по 4минути да шият студена и бистра вода. Освен това, спирали още два пъти общо за 9минути, за да отдъхнат. Когато се прибрали, часът бил 12ч. 47мин. на обяд. Известно е, че децата са се изкачвали със скорост 2км/ч, спускали са се със скорост 6км/ч и по равното са се движили със скорост 3км/ч. Намерете какво разстояние са изминали децата по време на похода.

Задача 4. В квадрат със страна 2см пресечната точка на диагоналите с център на кръгче с диаметър 1 см. Разполагаме с червен, оранжев, жълт и син молив. С един от тях попълваме кръгчето, а с друг - останалата част от квадрата. Разглеждаме всички оцветени по този начин с помощта на четирите молива квадрати със страна 2см. Възможно ли е те да бъдат изрязани от правоъгълен лист картон с размери:

а) 7см и 7см ; б) 7см и 8см ?

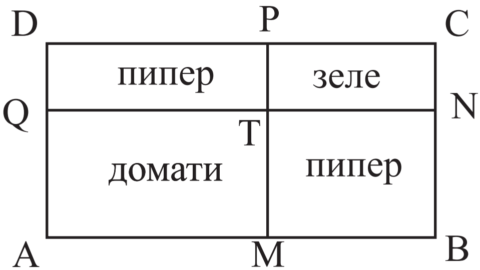
Обосновете отговора .

уч. 2001 - 2002 г.

Математика в зеленчуковата градина

Бабата на Дани и Боби живее на село. Там тя има зеленчукова градина с форма на правоъгълник. Жената иска да засади и пипер, и домати, и зеле, по в правоъгълни лехи, както е показано на черт. 1. Затова тя постави на момчетата следната

Задача 1. Нека забием колчета в посочените на чертежа точки и с помощта на конопена връв да оградим правоъгълниците **DQTP** и **MBNT** (за да оформим по-красиво насажденията).



Колко метра връв ще бъде необходимо, ако знаем само размерите на зеленчуковата градина?

Боби каза, че задачата е "фасулска" и се затвори в стаята си, за да чете "Мамино детенце" от Л. Каравелов. Дани обаче реши да опита и се загледа в чертежа. След малко забеляза, че AM=QT=DP, AQ=MT=BN, QD=PT=CN и MB=TN=PC (Защо?). По такъв начин:

$$\begin{aligned} P_{DQTP} + P_{MBNT} &= QT+TP+DP+DQ+MB+BN+TN+TM = \\ &=(QT+TN)+(TP+TM)+(DP+MB)+(DQ+BN)= \\ &= QN + TM + (DP+PC) + (DQ+QA) = \\ &= AB + BC + CD + DA = \\ &= P_{ABCD} \end{aligned}$$

Това си е откритие! Оказа се, че необходимата връв трябва да е дълга колкото обиколката на градината. А нея Дани лесно ще намери щом са известни размерите па правоъгълника ABCD. Мислейки, че вече достатъчно е напрягал мозъчните си клетки, четвъртокласникът показа решението па брат си. И не без гордост, ала Боби постави веднага

Задача 2. Да се изрази обиколката на правоъгълника AMTQ чрез обиколките на правоъгълниците MBNT, TNCP и OTPD

Дани се усмихна и написа:

$P_{QTPD} + P_{MBNT} = P_{ABCD} = P_{AMTQ} + P_{TNCP}$, съгласно задача1.

Тогава $P_{AMTQ} = (P_{QTPD} + P_{MBNT}) - P_{TNCP}$.

Боби одобрително кимна с глава и допълни:

- Нека построим отсечки, успоредни на двойка срещуположни страни и с краища върху другите му страни. Да построим още толкова па брой отсечки, успоредни на втората двойка срещуположни страни и с краища върху посочените в началото страни на правоъгълника. Получаваме "таблица". Тогава, **достатъчно с да знаем обиколките на по една "клетка" от всеки ред и колона на таблицата, за да знаем и обиколката на целия правоъгълник- тя с сбор на известните обиколки.**

Звучи интересно! Можете и вие, заедно с Дани, да се проверите при решаването на следващите задачи.

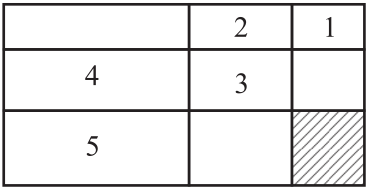
Нека преди това се уговорим, че написаните по-долу числа представляват обиколките в метри на съответните малки правоъгълници.

Задача 3. При означенията па черт. 2 да се намери обиколката на най-големият правоъгълник.

	3	
		5
4		

черт. 2

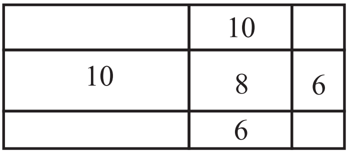
Задача 4. При означенията на черт. 3 а,б да се намерят два начина обиколката на защрихования правоъгълник.



черт.3 а)

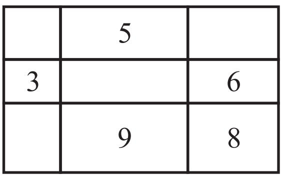
черт.3 б)

Задача 5. При означенията на черт. 4 да се намери общата дължина на отсечките, които разделят правоъгълника на 9 по-малки правоъгълника.



черт.4

Залача 6. При означенията на черт 4 да се намери сборът на обиколките на всички малки правоъгълници .



черт.5

Понякога краят е начало!

Дани забеляза, че Боби разсеяно гледа през прозореца. Малчуганът предположи, че баткото вече е свободен и започна с опитите да привлече вниманието му.

-Коя е тази трудна задача, която не те оставя на мира?-Боби показа за пореден път "ясновидските" си способности. Дани отвори тетрадката и показа:

Задача 1. Да се намери числото x, ако

$$((3.x-10).6+52): 100=1.$$

-Дани, помниш ли топчето, което ти подарих за Коледа?- попита дяволито Боби.

-Ама как да го забравя? Отворих опакованата кутия, а в пея- друга кутия. И после намерих още една. Чак когато отворих третата кутия, открих твоето топче. - разпалено заразказва момчето- Каква изненада беше!

-Да, чудесно е и да се получават, и да се правят подаръци!- мъдро заключи седмокласникът.

-Чакай,- недоумяваше Дани- какво общо има това със задачата ми?

Тогава, с тих глас, както се споделят само важни тайни, Боби каза:

-Представи си, че неизвестното число x е скрито в такъв подарък и всяко следващо действие е следваща по-голяма кутия. Отварянето й пък ще стане с помощта на действието, обратно на тока, което е "заключило" кутията.

-Искаш да кажеш,- една идея започна да расте в главата на Дани- че ако последното действие е изваждане, трябва да събирам; ако е умножение- да деля и т. н., за да се приближа все повече до неизвестното число?

-Точно така. Защо не опиташ да решиш вече сам задачата?

След малко Дани показа

$$((3.x - 10).6 + 52):100 = 1$$

$$(3x- 10).6 + 52=100$$

$$(3.x-10).6 = 48 \qquad (48=100-52)$$
$$3.x-10= 8 \qquad (8 = 48:6)$$
$$3.x = 18 \qquad (18 = 8+ 10)$$
$$x= 6$$

-До тук добре, - Боби потупа Дани по рамото- но как ще решиш следващата задача? И продиктува:

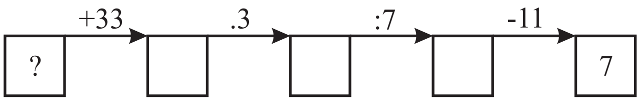
Задача 2. Намислих число. Увеличих го с 33. Полученият сбор увеличих 3 пъти. Това произведение намалих 7 пъти и полученото намалих с 11. Резултатът е 7. Кое число съм намислил?

-Ами госпожата казва винаги да означаваме търсеното число. Например с x!- започна по-малкият брат- Тогава, като чета пак условието, мога да напиша, че

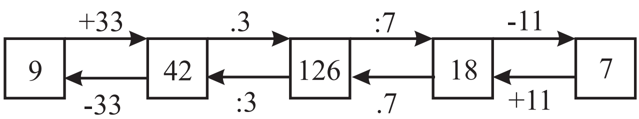
$$((x + 33).3):7-11 = 7$$

Оттук вече знам как да намеря неизвестното число x!

-Недей да се пъчиш толкова, че ще се пукнеш като балон! По-добре ела да ти покажа още един трик - и Боби начерта схемата



- Да не намекваш, че за да намеря намисленото число, трябва да се върна по схемата отдясно-наляво, като отново използвам обратните действия? Но това ми изглежда лесно! Ето!- и Дани бързо попълни празните квадратчета.



Но радостта му не бе за дълго, защото Боби прочете от някакъв стар сборник

Задача 3. С едно число можем да извършим само едно от действията- прибавяме към това число 1 или умножаваме това число с 2. Ако започнем от 1, с колко най-малко действия ще получим 100?

-Навярно и тук ще правим нещо отзад-напред.- замислено продума четвъртокласникът- Но какво?

-Забележи, че от 50 можем да получим 100 или като умножим с 2, или като прибавим 50 пъти 1. Числото 50 също можем да получим или като умножим 25 с 2, или като към 25 прибавим 25 пъти 1. От друга страна, съгласно условието, числото 25 можем да получим само с прибавяне на 1 към числото 24.

-Излиза, че колкото повече пъти умножаваме с 2, толкова по-малко действия общо извършваме. Но как ще преброим?

-Например със схемата

$$\boxed{100} \xrightarrow{:2} \boxed{50} \xrightarrow{:2} \boxed{25} \xrightarrow{-1} \boxed{24} \xrightarrow{:2} \boxed{12} \xrightarrow{:2} \boxed{6} \xrightarrow{:2} \boxed{3} \xrightarrow{-1} \boxed{2} \xrightarrow{:2} \boxed{1}$$

След минута Боби плъзна пред брат си условието на

Задача 4. Трима братя решили да помогнат на майка си в направата на любимия им сладкиш. За целта се заели да чупят приготвените орехи. Първият счупил половината от орехите и още 1. След това вторият счупил половината от орехите и още 2. Накрая третият счупил половината от останалите след помощта на втория брат орехи и още 3. Въпреки това, останал още 1 орех. По колко орехи е счупил всеки?

-Тази задача звучи объркано и изморително!- почти изплака Дани.

-Успокой се! Да подредим даденото в условието например в таблица.- баткото го прегърна и продължи- Освен това, обърни внимание, че преди да се включи третият брат, орехите са били 2 пъти повече от 1+3 = 4 ореха. Тогава отзад-напред попълваме

	преди	брои счупени орехи	след
1.	42=(20+1).2	22=(20+1)+1	20
2.	20=(2+8).2	12=(2+8)+2	8
3.	8=(3+1).2	7=(3+1)+3	1

Така в третата колонка получаваме как се е представил всеки брат, а и намерихме колко орехи първоначално са били приготвени.

Дали сте разбрали хитростите на Боби? Проверете сами като решите задачите за упражнение.

Задача 5. Намислих си число. Увеличих го 3 пъти. Полученото произведение увеличих с 2 и резултатът намалих 4 пъти. Увеличих последното число с 2 и намерих 7. Кое число съм намислил?

отг.6

Задача 6. Петърчо дал половината от парите, които имал, за интересна книжка. С половината от останалите пари си купил бонбони. Половината от новия остатък дал за сок и това, което му останало разделил по равно с братчето си. Накрая се оказало, че има 1 лев. Колко лева е имал Петърчо в началото?

Отг.: 16 лв.

Задача 7. При пускане на монета от 50ст., електронен автомат увеличава 3 пъти даденото число, а при пускане на монета от 20ст., прибавя 4 към даденото число. С каква най-малка сума чрез този автомат може да се получи 1991, като се започне от числото 1?

Отг.: с 390 ст., които правят 3лв. 90ст.

Задача 8. В една кошница има ябълки. Ако се извадят половината от тях и още 1 ябълка, след това половината от останалите и още 1, а накрая се извадят половината от останалите и още 1 ябълка, кошницата ще се изпразни. Колко ябълки е имало в кошницата и колко ябълки са извадени втория път?

Отг.: 14; 4

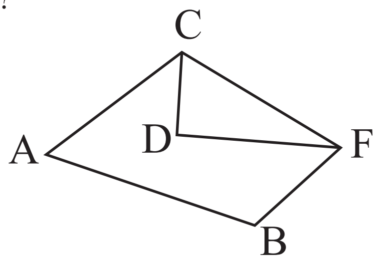
<u>Задача 9.</u> В три съда е имало общо 30л. вода. От първия съд прелели във втория 4л. После от втория съд прелели в третия 2л. Накрая от третия съд прелели в първия3л. Оказало се, че в трите съда вече има по равно количество вода. По колко литра вода е имало във всеки съд в началото?

Отг.: 11; 8; 11

Колко са възможните пътища?

Дани имаше "странно" домашно. За първи път домашната работа трябваше не да я напише, а да я нарисува. По-точно да направи нещо като карта на Плевен. Четвъртокласникът дори и не забеляза когато батко му влезе в стаята и дойде до него. Затова и подскочи, щом Боби каза, че от тази "карта" могат да излязат интересни задачи. И както друг път, седмокласникът не остави дълго Дани в недоумение.

Задача 1. По колко начина може да се стигне от точка A до точка F при означенията на черт. 1, без да се минава два пъти през една и съща точка?



черт. 1

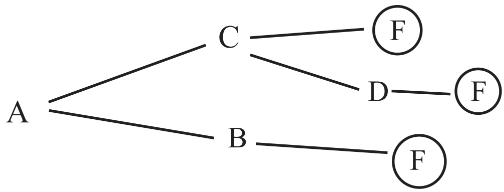
Дани взе любимите цветни моливи и мълчаливо очерта

с червено пътя A - C - P,

с жълто пътя A-C-D-F и

със синьо пътя A - B - F. По такъв начин лесно се вижда, че търсеният брой е 3.

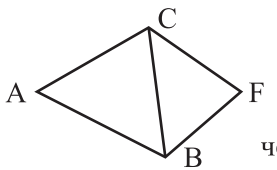
- Ами ако не ти стигнат цветните моливи? Или пък нямаш право да използваш такива?- шеговито попита Боби.-Ела да ти покажа как можеш да се справиш и само с една химикалка. Да забележим, че от точка A можеш да отидеш или в точка C, или в точка B. От точка C пък можем да отидем или в точка D, или в точка F, а от B направо отиваме във F. Това схематично изглежда както на черт. 2.



черт. 2

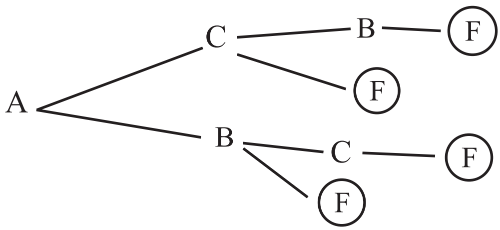
Както дърво, чийто корен е точката А- началото на всеки от нашите маршрути и с листа- краят на всеки маршрут, а именно- точката F. Броят на "листата" отговаря па броя на пътищата с исканото свойство.

Задача 2. По колко начина може да се стигне от точка А до точка F при означенията на черт. 3, без да се минава два пъти през една и съща точка?



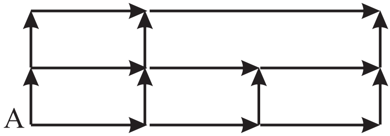
черт. 3

Дани забеляза, че например от В може да отиде в С и после в F, но не и да се върне в А (Зашо?). След това внимателно нарисува дървото от черт. 4 и получи похвала от Боби. Баткото каза. че такава схема се нарича <u>ГРАФ-ДЪРВО</u> и има голямо приложение в информатиката.



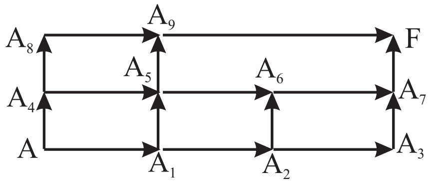
черт. 4

Задача 3. Една мравка се движи от А към F (черт5) само по посока па стрелките. По колко различни начина може да се придвижи?

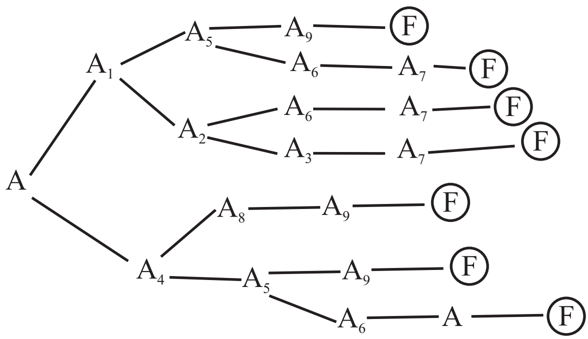


черт.1

- Ще означа "възлите" на начертаната мрежа- започна нетърпеливо хлапакът- мисля, че ще успея да съставя онова “дърво". Например така- и след малко показа схеми, като показаните на черт. 6 а), б)

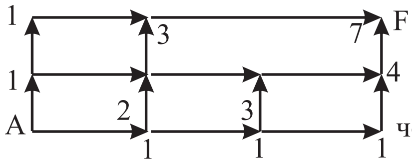


черт.6 а)



черт.6 б)

-Това винаги помага. Но когато "възлите" на мрежата, както ги нарече, са много повече, тогава използването на <u>**ГРАФ-ДЪРВО**</u> може да затрудни. Обърни внимание, че в **тази задача ги знаеш началната точка, крайната точка и посоките, които можеш да следваш. Тогава в А5 можеш да дойдеш или от A_1, или от A_4. Това показва, че ако вече знаеш броят на пътищата до точките A_4 и A_1 техният сбор е броят на пътищата до A_5.** По такъв начин, без да претрупваме чертежа с букви, пресмятаме и до всяка точка записваме числото, показващо броят на пътищата до нея

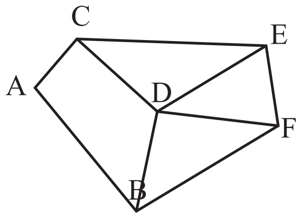


(черт. 7).

черт.1

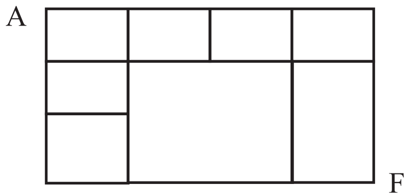
А сега опитайте с Дани да решите:

Задача 4. По колко начина може да се стигне от точка А до точкаF при означенията на черт. 8, без да се минава два пъти през една и съща точка?



черт. 8

Задача 5. Една буболечка се движи от А към F по страните на фигурата (черт. 9).

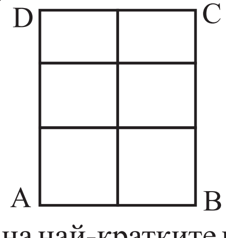


черт. 9

Буболечката може да се движи само надясно и надолу. По колко различни начина може да се придвижи буболечката от А до F?

Отг.: 13

Задача 6. На дадената схема правоъгълникът ABCD е разрязан на шест квадратчета с равни дължини на страните. Има различни кратки пътища от А до С.



а)да се намери броят на най-кратките пътища от А до С.

б)костенурка тръгва от А в 7ч 18мин. сутринта. Движи се по най-кратък път към С. За 345сек. изминава дължината на страната на едно от шестте малки квадратчета. В колко часа ще бъде в С?

Дани ви съветва

а) забележете, че най-кратки са онези пътища, при които се движим само нагоре и надясно.

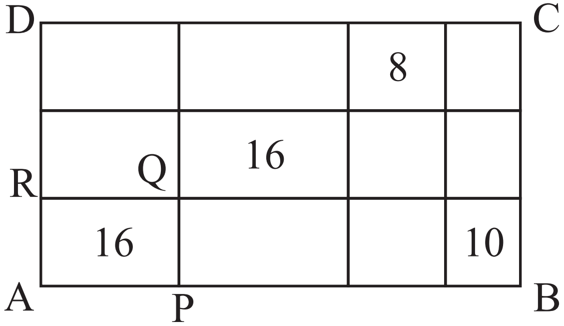
б) можете да намерите общо колко секунди ще са необходими на костенурката и след това да ги превърнете в минути и секунди. Можете да постъпите и по друг начин, но си припомнете, че 1 минута = 60 секунди и 1час = 60 минути.

КОНКУРСНИ ЗАДАЧИ

1.Веднъж Дани попитал Митко на колко е години, а момчето отговорило: "Няма да ти кажа възрастта си. Ти ще я откриеш като знаеш, че ако числото, което показва годините ми, умножиш с 5, от полученото извадиш 27, резултатът разделиш на 3 и накрая прибавиш 88, ще получиш най-голямото двуцифрено число".

На колко години е Митко?

2.На чертежа посочените числа са обиколките в сантиметри на съответните малки правоъгълници. Известно е, че APQR е и квадрат. Да се намери обиколката на правоъгълника ABCD в сантиметри. Покажете, че тя може да бъде сбор и от обиколките на няколко равностранни триъгълници с равни страни в сантиметри. Колко на брой могат да бъдат тези триъгълници?



3. Дадената схема представлява пътна карта на един жилищен квартал. От А до С има няколко най-кратки маршрута. Заради бас, от А в 13.00 часа тръгнало момче по един от най-кратките пътища. Пристигнало в С 13.07 часа. Веднага тръгнало обратно към А по друг най-кратьк маршрут. След като пристигнало в А веднага тръгнало към С и така, докато не минало по веднъж през всичките най-кратки маршрути. Ако не си е променяло скоростта, в колко часа момчето е било за последен път в А?

4. Три приятелки -Бети, Кети и Нети- си купили 48 дъвки. Всяка взела по няколко и дъвките свършили. След това Бети дала половината от дъвките си по равно на Кети и Бети. После Кети дала. половината от дъвките си, които вече имала, на Бети и Нети по равно,същото направила и Нети, след което се оказало, че трите момичета вече имат по равен брой дъвки. Колко дъвки е имала Кети в началото?

уч. 2002 - 2003 г.

Среща с четни и нечетни

Отивам наскоро на гости у приятели и заварвам малката Симона, която е ученичка в IV клас, да довършва домашното си по математика. Тя с гордост ми показва:

Задача: Да се извърши делението по 2 начина, където е възможно:

A=(102+56-38):2;

B=(209+103):2;

C=(307-109):2.

Решение: A=(102+56-38):2=120:2=60 или

A=(102+56-38):2=102:2+56:2-38:2=51+28-19=60

B=(209+103):2=312:2=156

C=(307-109):2=198:2=99

-Много лесно! В израза A в скобите има само четни числа и може да извършим делението по два начина. В изразите B и C участващите в скобите числа са само нечетни и затова не може да ги делим поотделно на 2. Сборът и разликата на нечетни с четно число и може да се дели на 2.

-Браво! Вече знаеш, че сборът и разликата на две числа, които са едновременно четни или нечетни е четно число. Хайде да играем на една игра - казвам аз, сещайки се за шоколада в джоба си. - Ти написваш число и аз написвам число. Ако произведението им е четно число, печелиш шоколад.

Очичките светнаха и Симона бързо написа числото 2.

-Така ще съм сигурна, че произведението ще бъде четно при всяко друго число к, написано от тебе. Нали така записваме четните числа - 2.к. Мога да запиша и произволно друго четно число и печеля.

Докато тя се наслаждаваше на шоколада, аз написах:

Задача 1. (a+b).a.b=705

Възможно ли е равенството за естествените числа a и b?

Малката любителка на ребуси не след дълго възкликна:

-Не може. Ако a илиb е четно, то произведението е четно, но 705 е нечетно. Значи двете числа a и b са нечетни, но тогава $(a+b)$ е четно число. Отново не може.

Срещата ни продължи с още няколко задачи. Вземете и вие лист и химикалка, за да решаваме заедно.

Задача 2. В класа на Симона има 24 деца и всички имат оценки 5 или 6 за срока по математика. Набързо преброих в дневника,че децата с оценка 6 са със 7 повече от тези с оценка 5. Възможно ли е това?

Решение: Да означим броя на децата с оценка 5 с x. Тогава броят на децата с оценка 6 е x+7. Общият брои оценки е: $x+x+7=24$

$$2.x+7=24$$

$$2.x=17$$

Лявата страна на равенството е четно число, а дясната - нечетно. Следователно не е възможно.

Задача 3. Могат ли естествените числа от 1 до 12 да се разделят на две групи от по 6 числа, така че сумите в тях да:

а) са равни;

б)имат разлика 11;

в)имат разлика 38?

Решение: а) Да намерим най-напред сумата на числата $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12=13.6=78$

Групираме по двойки: $1+12=2+11=3+10=4+9=5+8=6+7=13$

Имаме 6 групи със сума 13. Сумата на числата е 78 - четно число. Може да се раздели на 2 групи с равни суми.

Например: I група - 1,2,3, 10, 11,12 II група - 4, 5, 6, 7, 8, 9

б) Сега числата са разделени на две групи с различни суми. Ако означим по-малката сума с S, то другата ще е S+11. Общата сума е: $S+S+11=78$

$$2.S+11=78$$

$$2.S=67$$

Лявата страна на това равенство е четно число, а дясната - нечетно. Следователно е невъзможно.

в)Нека отново по-малката сума е S, а другата-S+38.

Общата сума е: $S+S+38=78$

$2.S=40$

$S=20$

Да опитаме да намерим такива 6 естествени числа от числата от 1 до 12, които имат сума 20. Събираме $1+2+3+4+5+6=21>20=S$

Сумата на най-малките 6 числа от дадените е повече от 20. Следователно такова разделяне не е възможно.

Задача 4. Могат ли 25 молива да се подредят в 10 групи по 1, 3 или 5 молива?

Решение: Нека означим броя на групите с 1 молив с x, броя на групите с 3 молива с y и тези с 5 молива - със z. Общият брой групи е: $x+y+z=10$

Моливите в тях са: $1.x+3.y+5.z=25$

Тогава като запишем: $\underline{x}+2.y+\underline{y}+4.z+\underline{z}=25$

$\underbrace{x+y+z}+2.y+4.z=25$

$10\quad +2.y+4.2\quad 25$

Лявата страна на равенството е четна, а дясната - нечетна. Следователно желаното подреждане не е възможно.

Задача 5. Николай със сина си и Петър със сина си отишли на риба. Николай хванал толкова риби, колкото сина му, а Петър хванал 3 пъти повече от сина си. Общо хванали 25 риби. По колко риби е хванал всеки?

Решение: Нека означим броя на рибите, хванати от Николай с x. Тогава за сина му също са x. Ако сина на Петър е хванал y риби, то за Петър получаваме 3.y. Общият брой е :

$x+x+y+3.y=25$

$2.x+4.y=25$

Да, това равенство е невъзможно, но не бързайте да казвате, че задачата няма решение. Ами ако рибарите не са четирима? Имаме две възможности:

1 случай: Ако Петър е син на Николай, то броят на хванатите риби от сина на Петър е y, от Петър - 3.y н от Николай - 3.y.

Общият брой риби е: $y+3.y+3.y=25$

$7.y=25$ - не е възможно.

II случаи: Ако Николай е син на Петър, то броят на хванатите риби от Николай е x, от сина му - x и от Петър - 3.x.

Общият брой риби е: x + x + 3.x = 25

5.x - 25

x = 5 риби

Николай и синът му са хванали по 5 риби, а Петър - 15 риби.

Задача 6. На дъската са записани числата от 1 до 2003. Изтриват се произволни 2 числа и се написва тяхната сума. Тази операция се повтаря, докато на дъската остане едно число. Какво е то: четно или нечетно?

Решение: Да забележим,че ако изтрием 2 четни или 2 нечетни числа, на дъската записваме сумата им, която е четно число. Броят на нечетните числа намалява с 2 или се запазва.

Ако изтрием четно и нечетно число - записваме нечетно число. Броят на нечетните числа в този случай не се променя.

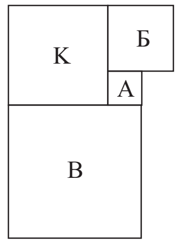
В началото на дъската има записани 1002 нечетни числа. Техният брои след всяка операция или се запазва, или намалява с 2, т.е. за броя на нечетните числа можем да получаваме в различни моменти 1002, 1000, 998, ..., 4, 2, 0 - само четни стойности. Не може да остане 1 нечетно число. Следователно последното число на дъската е четно.

Колко е жилищната площ?

Симона извади от пощенската кутия продълговат плик, адресиран до баща й. Крадешком надзърна през рамото му докато той прочете какъв данък трябва да плати за жилището, в което живееха.

-И защо точно толкова? - не се стърпя момичето, което искаше всочко да знае - Как го изчислиха?

-Много просто! Пресмятат лицата на подовете на всички помещения и тераси в апартамента, събират ги и с помоща на таблица съпоставят на нашата жилищна площ съответен данък. Задача като за теб!-дяволито подхвърли бащата.Взе бял лист и скицира фигурата от черт. 1-Представи си, че това е план на апартамент.Стаите имат под с форма на квадрат,а буквите означават: А-антре; Б-баня; К-кухня; В -всекидневна. Предлагам ти



черт.1

Задача 1. Известни са дължините на страните на квадратите А и К -съответно 1м и 3м. Опитай се да намериш площта на жилището.

-Това е лесно!-запалено извика Симона, започнада нанася върху чертежа числа и не след дълго извика -Тридесет!

-Какво?И как получи това число?А какво използва? В момента не решаваш тест и всичко трябва да бъдеобяснено! - усмивката не слизаше от устните на бащата.

-Ами...не знам как... - едва промълви момиченцето.

-Не е толкова сложно! Всъщност търсиш сбор от лица на квадрати. Знаеш още,че S= x.x, ако означим дължината на страната на квадрата с x. Следователно най-напред трябва да откриеш дължините на страните. Тогава в нашата задача търсиш $X_А$, $X_Б$, $X_В$ и $X_К$ (съответно дължините на страните на квадратите А, Б, В и К от чертежа. Още нещо важно: лицата се измерват в квадратни мерни единици. Тогава и сборът им ще се измерва в квадратни мерни единици. Да видим как ще се справиш сега със следните:

Задача 2. При означенията на черт. 1 сега са известни дължините на страните на квадратите Б и В - съответно 3 м и 5 м. Можеш ли отново да намериш площта на жилището?

Ето и **решението** на Симона:

-За да намерим площта S, трябва да намерим лицата на квадратите А, Б, В и К -съответно $S_А$, $S_Б$,$S_В$ и $S_К$. Знаем, че S = x.x

$X_Б+X_А=X_К$ и $X_К+X_А=X_В$

$X_Б + X_А + X_А = X_В$

$X_Б + 2.\ X_А = X_В$

$3_м + 2.\ X_А = 5_М$

$2.\ X_А = 2$ м

$X_А = 1$ м и $S_А = 1.1=1$ кв.м.

Оттук $X_К$=3м+1м=4м и $S_К$=4.4=16 кв.м.

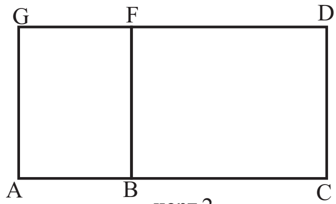
Още $S_Б$=3.3=9кв.м. $S_В$=5.5=25кв.м

Така $S=S_А+S_Б+S_В+S_К$=1+9+16+25=51 кв.м (цялото жилище).

Задача 3. Правоъгълникът на черт.2 е разделен на правоъгълници.

а)Ако AB = x, да се изразят BC и AC

б)Ако дължините на страните на правоъгълниците се измерват с естествени числа в сантиметри, да се намери периметърът на ACDG в сантиметри.



черт.2

-Но тези правоъгълници имат обща страна и лицето на BCDF е два пъти по-голямо от лицето на ABFG. Тогава... - и Симона написа:

а)От $2.\ S_{ABFG}\ \text{-}S_{BCDF}$

$2.AB.BP = BP.BC$

$2.\ AB= BC$

Тогава $BC = 2.x$, $AC = AB + BC = x + 2.x = 3.x$

б)Ако $AB = x$, $BF = y$, то от S_{ABFG}=x.y =2 и виждаме, че има следните възможности:

1сл.)x=1см, y=2см, P_{ACDG}=(AC+CD)2=(3.x+y).2=(3.1+2)2= 10см;

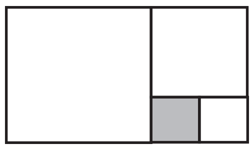
2сл.)x=2см, y=1см, P_{ACDG}=(AC+CD).2=(3.x+y).2=(3.2 +1).2=14см.

-Забележи, - посочи бащата - тук колкото пъти S_{BCDF} е по-голямо от S_{ABFG}, толкова пъти BC е по-голяма от AB. Вярно ли е това и за други правоъгълници с обща страна? А обратното?

Задачи за упражнение

Задача 4. Ако страната на оцветения квадрат е 2см, да се намери сборът от периметрите на четирите квадрата от черт.3.

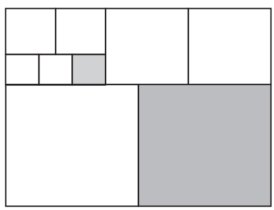
Отг.: 56 см



черт.3

Задача 5. /ЗМС, 2001 г./ Правоъгълникът на черт.4 е разделен на квадрати. Обиколките на малкия и големия оцветени квадрати са съответно 8см и 32см. Да се намери лицето на правоъгълника ABCD.

Отг.: 208 кв.см



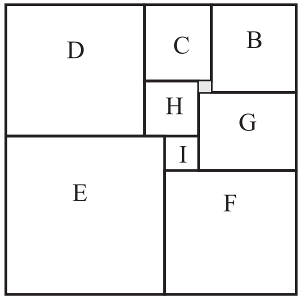
черт.4

Задача 6. Правоъгълникът на черт. 5 е разделен на квадрати (оцветеното квадратче е А).

а) Лицата на квадратите А и В са съответно 1кв.см и 81кв.см. Да се намери лицето на квадрат Е.

Отг.: 324 кв.см

б) Обиколките на квадратите С и G са съответно 96 дм и 120 дм. Да се намерят страните на именуваните с букви квадрати.

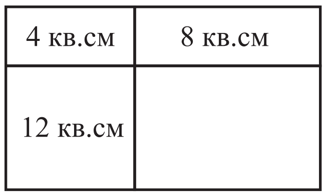


Черт.5

в) /Очен кръг на ОЗМШ, 2001 г./ Дължините на страните на квадратите H и B са съответно 7 см и 9 см. Лицето на квадрат I е S_1, а Sост. е сборът на лицата на останалите именувани с букви квадрати. Да се покаже, че Sост.=65. S_1.

<u>Задача 7.</u> Правоъгълник с лице 12 кв.см може да бъде разрязан на 3 квадрата с равни лица. Да се намери обиколката му.

Задача 8. /ЗМС, 2003 г./ Правоъгълник е разделен на четири правоъгълника. Лицата на три от тях са 4 кв.см, 8 кв.см и 12 кв.см, както е показано на черт.6. Дължините на страните на всички правоъгълници са естествени числа. Да се намерят дължините на страните и лицето на дадения правоъгълник.



Черт. 6

Упътване: Разгледайте три възможности за дължините на страните на правоъгълника с лице 4 кв.см.

Провери ли всички възможности?

Няма спор. Най-приятно е да се упражняваш докато се забавляваш. Тези задачи с пренасяне, тук едно наум, там едно наум... Много трябва да се внимава.

Не, не чета мислите ви. Просто наблюдавам Симона. С щастлива усмивка и увереност на победител тя ми поднася лист, на който е решавала един ребус.

- Виж колко решения намерих!

Да погледнем заедно

Задача 1. Решете ребуса, ако на различните букви съответстват различни цифри, а на еднаквите - еднакви цифри.

$$\begin{array}{r} \text{ТРИ} \\ +\ \underline{\text{ТРИ}} \\ \text{ШЕСТ} \end{array}$$

Решение:

$$\begin{array}{r} 643 \\ +\ \underline{643} \\ 1286 \end{array} \quad \begin{array}{r} 638 \\ +\ \underline{638} \\ 1276 \end{array} \quad \begin{array}{r} 648 \\ 648 \\ 1296 \end{array} \quad \begin{array}{r} 678 \\ 678 \\ 1356 \end{array}$$

-Виждам, че всички решения, които си посочила, отговарят на условието. Забелязвам, че си проследила различни възможности за Р и не си забравила, че има пренос в някои случаи, но все пак я ми обясни как намери тези решения.

-Ами така: Ясно е, че Ш = 1. Ако Т < 5 няма да получа пренос и сборът ще е трицифрен. От единиците забелязах, че Т е четна цифра. Тогава Т = 6 или Т = 8. О-о! Намерих всички решения при Т = 6, но съм забравила за Т = 8. Дай да ги намеря.

Ако Т = 8, то И = 4 или И = 9. I

1 сл. $\begin{array}{r} \text{8Р4} \\ +\ \underline{\text{8Р4}} \\ \text{1ЕС8} \end{array}$

Ако Р = 2, то С = 4 - не може
Р = 3, то С = 6, Е = 6 - не може
Р = 5, то С = 0, Е = 7, защото има пренос - р-ние
Р = 6, то С = 2, Е = 7 - решение
Р = 7, то С = 4 - не може
Р = 9, то С = 8 - не може

2 сл. $\begin{array}{r} \text{8Р9} \\ +\ \underline{\text{8Р9}} \\ \text{1ЕС8} \end{array}$

Ако Р = 2, то С = 5, Е=6 -решение
Р = 3, то С = 7, Е = 6 -решение
Р = 4, то С = 9 - не може
Р = 5, то С = 1, защото има пренос - не може
Р = 6, то С = 3, Е = 7 - решение
Р = 7, то С = 5, Е = 7 - не може

Получих още пет решения:

$$\begin{array}{r}854\\+\,854\\\hline 1708\end{array}\quad\begin{array}{r}864\\+\,864\\\hline 1728\end{array}\quad\begin{array}{r}829\\+\,829\\\hline 1658\end{array}\quad\begin{array}{r}839\\+\,839\\\hline 1678\end{array}\quad\begin{array}{r}869\\+\,869\\\hline 1738\end{array}$$

Задачата има общо девет решения:

Да опитаме пак ребус със събиране.

Задача 2. Да се реши ребусът, ако на различните букви отговарят различни цифри:

$$\begin{array}{r}ИВАН\\ИВА\\+\quad ИВ\\И\\\hline 4321\end{array}$$

Решение: Буквата И може да е само 3 или 4.

Ако И = 4 и В > 5, ще има пренос и цифрата на хилядите ще е 5 - не може. Ако В<6, тоВ + 4 = 3 е невъзможно.

Ако И = 3 трябва да има пренос 1 от стотиците. Но от десетиците също има пренос и той може да е 1 или 2. Ако преносът е 1, то- В + 3 = 12 и В = 9.

Получаваме:

$$\begin{array}{r}39АН\\39А\\39\\+\quad 3\\\hline 4321\end{array}$$

За А е възможно само 0, но от единиците също има пренос, и цифрата на десетиците не може да е 2. Следователно преносът от десетиците не е 1, а 2. Тогава намираме В + 3 = 11, В = 8 и получаваме:

$$\begin{array}{r}38АН\\38А\\+\quad 38\\3\\\hline 4321\end{array}$$

От десетиците намираме А + 8 + 3 = 20, А = 9. За Н има единствена възможност 1. Получихме единствено решение:

$$\begin{array}{r}3891\\389\\+\quad 38\\3\\\hline 4321\end{array}$$

А как ще решим следната

Задача 3.

$$\begin{array}{r}МАМУТ\\-\quad СЛОН\\\hline ТОН\end{array}$$

Симона побърза с предложението: -

-Да запишем

$$\begin{array}{r} \text{СЛОН} \\ + \quad \text{ТОН} \\ \hline \text{МАМУТ} \end{array}$$

- Почакай - прекъснах я аз. - Нека всеки да опита сам. Само внимавайте! Задачата има 6 решения.

Да опитаме сега с умножение.

Задача 4. Да се възстанови умножението ПРОЛЕТ . Т =А А А А А А

Решение: Понеже Т/= А, то Т не може да е 0, 1,5 или 6.

Ако Т = 2, то А А А А А А = 444444 и П Р О Л Е Т = 444444:2 = 222222 - еднакви цифрн, не може.

Ако Т = 3, то П Р О Л Е Т = 999999:3 = 333333 - не може.

Ако Т = 4, то П Р О Л Е Т = 666666:4 - дава остатък, не може.

Ако Т = 7, то П Р О Л Е Т = 999999:7 = 142857 - решение.

Ако Т = 8, то А А А А А А = 444444 и не се дели на 8.

Ако Т = 9, то А А А А А А = 111111 и не се дели на 9.

Получихме единствено решение: 142857.7 = 999999

Задача 5. Да се възстанови умножението:

С Е Е .4 = П Е Е М

Решение: Забелязваме, че цифрите на единиците н десетиците на произведението са различни, а на множителя С Е Е са еднакви. Следователно от единиците има пренос. Тогава Е е най-малко 3.

Ако Е = 3, М = 2, то С .4 трябва да завършва на 2 (има пренос 1 от десетиците), което е възможно за С = 8, но тогава П = 3 - невъзможно.

Ако Е = 4, то М = 6, но тогава за десетиците на произведението получаваме с преноса 7 = Е- невъзможно.

Ако Е = 5, то М = 0 и пренос 2. За десетиците на произведението получаваме 2 = Е - невъзможно.

Ако Е = 6, тоМ = 4 и пренос 2. Получаваме десетиците на произведението. Сега за стотиците имаме пренос 2 и С.4 трябва да завършва на 4, което е възможно за С = 1 (6 е заето), но тогава П = 0 - невъзможно.

Ако Е = 7, то М = 8 и пренос 2 - невъзможно (0 = Е).

Ако Е = 8, то М = 2 и пренос 3, 5 = Е - невъзможно.

Ако Е = 9, то М = 6 и пренос 3. Преносът към стотиците е 3 и С.4 трябва да завършва на 6, което е възможно за С = 4 (9 е заето). За П намираме 1. Следователно получихме решение 499.4= 1996

За **упражнение** разшифровайте ребусите, като помните, че на различните букви отговарят различни цифрн, а на еднаквите букви - еднакви цифри. Звездичките са цифри, но непременно различни.

Задача 6. БОН + БОН + БОН + БОН = СОК

Задача 7.

```
  БАНАНИ
   АНАНИ
    НАНИ
+    АНИ
      НИ
       И
--------
  5*0*42
```

Внимавайте, задача 6 има 5 решения, а задача 7 - единствено решение.

КОНКУРСНИ ЗАДАЧИ

Задача 1. Възможно лн е естествените числа от1до 10 да се разделят в две групи по 5 числа, така че:

а) сумите в тях да са равни;

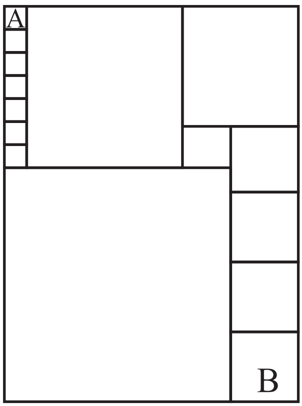
б) сумите в тях да се различават с 15;

в) произведението на числата в едната група да е с 1 по-голямо от произведението на числата в другата?

Обосновете отговора.

Задача 2. Спортна площадка има формата на правоъгълник. Ако намалим дължината й на 80 м, без да променяме ширината, лицето й се намалява с 50 кв.м. Ако увеличим дължината на площадката на 110 м, без да променяме ширината, лицето й се увеличава с 250 кв.м. Да се намерят размерите на площадката.

Задача 3. Правоъгълникът на черт.7 е разделен на квадрати. Лицата на квадратите A и B са съответно 1 кв.м. и 9 кв.м. Да се намери 300 - S, където S е лицето на големия правоъгълник, съдържащ всички квадрати.



Черт.7

Задача 4. Разшифровайте ребуса:

КЕКС + КЕКС = ТОРТА, ако на различните букви отговарят различни цифри, а на еднаквите- еднакви цифри.

ЖЕЛАЕМ ВИ УСПЕХ!

уч. 2003 - 2004 г.

Да пазаруваме заедно

Всеки ученик, дори в училището за магии "Хогуортс", старателно подготвя за началото на учебната година необходимите пособия. След дълъг ден на пазаруване по магазините по улица "Диагон-али" Хари Потър, Рон и Хармаяни оглеждаха покупките си.

Задача 1. Хари купил 1 вълшебна метла и 1 вълшебна пръчица за 38 галеона, Рон заплатил за 1 вълшебна метла и 1 вълшебна шапка общо 31 галеона, а Хармаяни - 1 вълшебна шапка и 1 вълшебна пръчица за 33 галеона. Колко струват общо 1 вълшебна метла, 1 вълшебна шапка и 1 вълшебна пръчица, ако предметите от един и съши вид имат една и съща цена? А поотделно?

Решение: Да запишем съкратено: 1м - 1п = 38
1м + 1ш = 31
1ш + 1п = 33

Като съберем общо, получаваме: 2м + 2ш + 2п = 102
Тогава 1м + 1ш + 1п = 51

Получихме, че1вълшебна метла, 1 вълшебна шапка и 1 вълшебна пръчица струват общо 51 галеона. Сега лесно намираме:

1м+(1ш + 1п) = 51, 1м + 33 = 51, 1м = 51-33, 1м = 18
1 вълшебна метла струва 18 галеона

1ш + (1м+ 1п) = 51, 1ш + 31 = 51 , 1ш = 51-38, 1ш=13
1 вълшебна шапка струва 13 галеона

Тогава 51 -(18 + 13) = 51 -31 =20
1 вълшебна пръчица струва 20 галеона

Задача 2. В магазина за пособия Рон беше купил 3 пера за писане,2 свитъка папирус и 1 учебник за магии за 116 сикли, а Хари - 5 пера за писане, 3 свитъка папирус и 1 учебник за магии за 158 сикли. Колко струват общо 1 перо за писане, 1 свитък папирус и 1 учебник за магии?

Решение: Да запишем съкратено покупките :
(Р) 3п + 2с+1у=116
(Х) 5п + 3с + 1у = 158

Не е нужна магия, за да се досетим, че 2 пъти по-голяма покупка от тази на Рон, струва 2 пъти по-скъпо и в нея предметите са точно с един повече от тези в покупката на Хари.

6п + 4с + 2у = 232

Да запишем: 5п + 1п + 3с+ 1с + 1у + 1у = 232
1п +1с +1у +(5п+3с+1у)=232
1п+1с+1у = 232- 158 = 74

Намерихме, че 1 перо за писане, 1 свитък папирус и 1 учебник за магми струва общо 74 сикли.

Естествено тримата приятели се бяха отбили и в магазина за лакомства.

Задача 3. Хари купил 5 пасти и 3 карамелки, а Рон - 3 пасти и 2 карамелки и заплатил за тях с 55 кнута по-малко от Хари. Ако една паста струва колкото 2 карамелки, колко е платила Хармаяни за 2 пасти и 2 карамелки?

Решение: Нека означим с буквата S сумата, която е платил Хари. Да запишем съкратено 5п + 3к = S
3п + 2к = S - 55

Щом 1 паста струва колкото 2 карамелки,
то 5 пасти струват колкото 10 карамелки,
а 3 пасти струват колкото 6 карамелки.

Заменяме стойността на пастите с равната им стойност на съответния брой
карамелки и последователно получаваме:

10к + 3к = S 13к = S
6 к + 2к = S - 55 8к = S-55

Двете суми се различават със стойността на 5 карамелкн. Тогава 55 : 5 = 11 Намерихме, че 1 карамелка струва 11 кнута, а една паста - 22 кнута. Хармаяни е платила 2.22 + 2.11 =66 кнута.

Деца и възрастни пазаруват не само в града на магиите. Тази сутрин в магазина заварих Пепи, Валя и Мила, които много помагат вкъщи и ходят заедно на покупки.

Задача 4. Пепи купи 2 кофички кисело мляко, 3 питки и 1 пакет фиде и заплати 2лв.78ст. Валя купи 4 кофички кисело мляко и 6 питки за 4лв. 10ст. Ако едно кисело мляко струва с 15ст. повече от 1 питка, намерете колко плати Мила за1кисело мляко, 2 питки и 1 пакет фиде.

Решение: Първо ще превърнем всички суми в стотинки
2лв.78ст. = 278ст. , 4лв.10ст. = 410ст.

Да запишем съкратено : 2м + 3п + 1ф = 278 (П)
4м + 6п = 410 (В)

Вече се досетихте, нали? 4м + 6п + 2ф = 556

Два пъти по-голяма покупка от тази на Пепи ни помага да намерим, колко струват
2 пакета фиде : 556 - 410 = 146 ст.
1 пакет фиде - 73 ст.

Сега за питките и млякото. Знаем: 2м + 3п =205. Кофичка мляко струва с 15ст. повече, за 2 кофички отделяме 30 ст. или 205 - 30 = 175.
Разделяме по равно на 5 за петте покупки : 175: 5 = 35.
Питките са по 35 ст., а кофичка кисело мляко струва 50 ст.
Тогава Мила е платила 50 + 2.35 + 73 = 193 ст. = 1 лв. 93ст.

Задача 5. Баба Яна има 3 кучета и 4 котки. Тя им купи 17 кремвирша. Всяко куче яде по един кремвирш повече от котка. Как ще ги раздели баба Яна между домашните си любимци?

Тайната на магическия квадрат

Веднъж, докато Хари Потър обикаляше Стаята на Тайните, попадна на една потънала в прах кутия. Отвори я внимателно и започна да разглежда съдържанието й. Вътре имаше табла със следната форма и 9 магнитчета, които представляваха числата от 1 до 9. Който уснес да нареди този магически квадрат така, че сумата от числата по редове, колони и двата диагонала да е една и съща, ще има право на едно желание - гласеше условието на играта. Хари направи опит, но още при поставянето на третото число, магнитчетата отскочиха от местата си. Реши да пробва с магия:

-Квадратус решимус - изрече Потър и замахма с пръчката. Но магическият квадрат не се поддаде на заклинанието. Хари взе кутията с играта и отиде при приятелите си Хармаяни и Роналд.

-О, с това ще се справят дори и мъгъли - каза Хармаяни.(Сигурно знаете, че мьгъли са хора без магически способности). Най-напред да разберем колко е търсената сума. Да я означим с S. Трите реда трябва да имат равен сбор. Всички числа от 1 до 9 са разположени в тези три реда.

Тогава:

$$3.S=1+2+3+4+5+6+7+8+9, \qquad 3.S=45, \qquad S=15$$

Това е магическото число. Сега ще представим 15 като сбор от три различни събираеми като използваме числата от 1 до 9. За да няма объркване ще спазваме правилото, че във всеки такъв сбор второто събираемо е по-голямо от първото, а третото - по-голямо от второто.

Да започнем с 1 : $1+5+9= 15$
$1+6+8= 35$
с 2: $2+4+9=15$
$2+5+8=15$
$2+6+7= 15$
с 3: $3+4+8= 15$
$3+5+7= 15$
с4: $4+5+6= 15$

Написахме всички различни 8 суми на три събираеми. Време е да попълним квадрата. В централното квадратче трябва да стои число, което се среща 4 пъти в тези суми, т.е. участва в 1 ред, 1 колона и 2 диагонала. Това е числото 5. Числата, който се срещат 3 пъти са в ъгловите квадратчета.

-Това са 2, 8, 4 и 6 - включи се Хари завладян от играта. - Нека поставим 2.

-Тогава в противоположното ъглово квадратче стои 8, защото 2 + 5 + 8=15-намеси се Роналд.

- Останалите ъглови квадратчета да попълним с 4 и 6- продължи Харманяни. Вече лесно се нареждат и останалите числа. Квадратът бе попълнен и сега числата стояха кротко по местата си.

		2
	5	
8		

4		2
	5	
8		6

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Аз не знам какво са си пожелали тримата приятели, но ако вашето желание е да решите още такива задачи, ще го изпълня.

Задача 1. Да се състави магически квадрат 3 х 3 с нечетните числа от 1 до 17. (Всяко число участва по веднъж)

Упътваме: Магическото число ще намерите като съберете нечетните числа от 1 до 17 и получения сбор разделите на 3. То е 27. Напишете всички суми от 3 различни числа, които са равни на 27, така че всяко събираемо да е по-голямо от предходното.

с1: $1+9+17 = 27$

$1 + 11 + 15 = 27$

с3: $3 + 7+17=27$

$3+9+15 = 27$

$3 + 11 + 13 = 27$ ...

Продължете сами!

Ако сте направили това, ще забележите, че числото, което се среща 4 пъти е 9 и то трябва да бъде поставено в централното квадратче. Едно възможно решение е:

7	17	3
5	9	13
15	1	11

Обърнете внимание, че и в двата магически квадрата 3х3 на централно мясго стои число равно ла частното на магическото число и 3. (5=15:3, 9=27:3) Дали винаги е така?

Да разгледаме произволен магически квадрат 3 х 3 с магическо число S.

a_1	a_2	a_3
a_4	a_5	a_6
a_7	a_8	a_9

Имаме: $a_5 + a_2 + a_8 = S$

$$a_5 + a_1 + a_6 = S$$
$$a_5 + a_1 + a_9 = S$$
$$a_5 + a_3 + a_7 = S$$

Да ги съберем:

$$a_5 + a_5 + a_5 + a_5 + \underbrace{a_2 + a_4 + a_1 + a_3}_{} + \underbrace{a_8 + a_6 + a_9 + a_7}_{} = 4.S$$

Тогава: $a_5 + a_5 + a_5 + (a_5 + a_4 + a_6) + 2.S = 4.\,S$

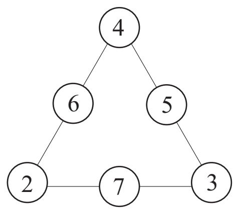
Получаваме $3.a_5 + 3.S = 4.\,S$

$$3.a_5 = S$$
$$a_5 = S:3$$

Но a_5 е точно числото в централното квадратче. Това означава, че з**а всеки магически квадрат 3х3 централното чисто е равно на S:3**

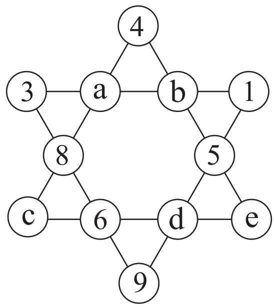
Освен в квадрати, числата могат магически да се подреждат и в други фигури.

Задача 2. Да се разположат числата от 2 до 7 в магически триъгълник така, че сумата по страните да е 12.



Упътване: С числата 2, 3, 4, 5, 6, 7 напишете всички суми, равни на 12, с 3 различни събираеми. Едно възможно решение е :

Задача 3. Числата от 1 до 12 са поставени по страните на звезда така, че сборът на четирите числа във всяка от шестте страни да е един и същ. На мястото на коя буква стон числото 7?



Отг.: е =7

<u>Задача 4.</u> (Коледно състезание 2004г.) Да се намери сборът a+b+c за магическия квадрат.

Упътване: Използвайте, че в централното квадратче стои число, което е 3 пъти по-малко от магическото число.

9	1	
c	8	
2	в	a

<u>Задача 5</u>. Показаният квадрат е магически. Да се намери сумата a+b+c+d +e= ?

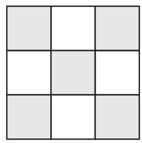
Упътване: a+5+22 = a+c+12

27 = c + 12, c= 15

a	b	8
5	c	d
22	e	12

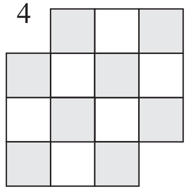
Оцвети си сам квадратче

Вие обичате да оцветявате, нали? Пригответе си цветни моливи. Хари вече е готов. Рисуване и математика - две удоволствия заедно. Хайде да опитаме!



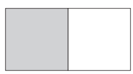
<u>Задача 1</u>. Квадратна площадка е разделена на 9 малки квадратчета. Във всяко от тях стои дете. При сигнал едновременно всяко дете отива в квадратче, което има обща страна с квадратчето, в което е било. Обяснете защо ще остане свободно квадратче.

Решение: Оцветяваме шахматно квадратчетата. Тогава 5 квадратчета ще бъдат в един цвят, например червен, а останалите 4 в друг - може да ги оставим бели. След сигнала дете от червено квадратче преминава в бяло, а от бяло- в червено. Но червените и белите квадратчета не са равен брой и петте деца от червени квадратчета могат да отидат в 4 квадратчета в бял цвят. Поне две деца ще стоят в едно квадратче. Поне едно квадратче ще остане свободно.

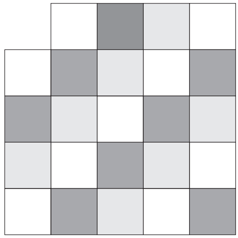


<u>Задача 2</u>. Квадрат с лице 16 кв.см. е разчертан на квадратчета със страна 1см и са отрязани 2 квадратчета от срещуположни ъгли. Може ли тази фигура да се нареже по линиите на правоъгълници с ширина 1см и дължина 2 см?

Решение: Не бързайте да тичате за ножица. Нека помислим. Ако фигурата от чертежа може да бъде разрязана по искания начин, то това означава, че върху нея могат да бъдат наредени правоъгълниците от условието.

Нека ги наричаме домино. 

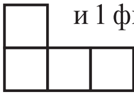
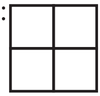
Да оцветим дадената фигура в 2 цвята шахматно. Синьо и жълто - добре. Тогава като поставим доминото, то ще покрива едно синьо и едно жълто квадратче. Ако фигурата може да бъде покрита с домино, то броят па жълтите и сините квадратчета ще бъде равен. Пребройте, сравнете и отговорете.



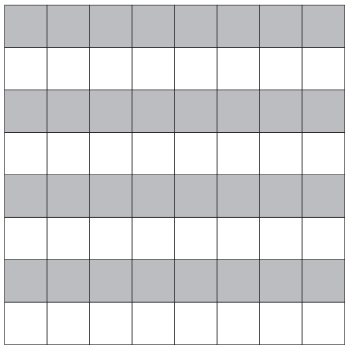
На всички вече е ясно, че задачата за разрязване и покриване на дадена фигура с определени елементи е една и съща.

Задача 3. От квадрат със страна 5см е отрязано ъглово квадратче със страна 1см. Може ли получената фигура да се покрие с правоъгълници със страни 1см и 3см?

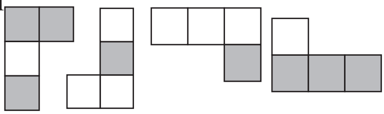
Решение: Вече знаете. Разчертаваме на квадратчета със страна 1см и оцветяваме. Колко цвята ще използваме? Правоъгълникът от условието покрива 3 квадратчета. Оцветяваме с 3 цвята, така че диагонално разположените квадратчета да са оцветени еднакво и цветовете се редуват в една и съща последователност (виж чертежа). Като поставим правоъгълника върху фигурата, той ще покрива 3 квадратчета с различен цвят. Ако фигурата може да бъде покрита с правоъгълниците, то броят на покритите квадратчета от всеки цвят ще е един и същ. Пребройте, сравнете и отговорете.

Задача 4. Даден е квадрат, разчертан на 64 малки квадратчета. Може ли да се разреже по линиите на 15 фигури от I вид:  и 1 фигура от II вид: 

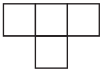
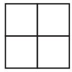
Решение: Оцветяваме квадрата в 2 цвята по редове (чертежа). Искате ли червено и синьо?

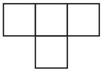


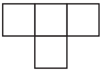
Поставяме фигурата от II вид. Тя покрива по 2 квадратчета от всеки от цветовете. Остават по 30 квадратчета във всеки цвят. Фигурите от I вид могат според разположението си да покриват съответно 3 квадратчета от единия цвят и 1 от другия.



Нека сме разположили и 15 фигури от I вид. Петнадесетте заедно трябва да покриват 30 сини квадратчета. Всяка от фигурите покрива поне 1 от тях. 30-15 = 15 Останаха 15 квадратчета за тези, които покриват по 2 повече. За да намерим техния брой трябва да разделим 15 на 2. Но 15 е нечетно число, не се дели без остатък на 2. Следователно исканото разрязване е невъзможно.

Задача 5. Квадрат е разчертан на 64 квадратчета. Обяснете защо не може да се покрие с 15 фигури от I вид:,  и една фигура от II вид: 

Задача 6. Квадрат е разчертан на 100 квадратчета. Обяснете зщдо не може да се покрие с фигури от вида: 

Упътване за задача 5 н задача 6: Оцветете шахматно. Забележете, че фигурите от вида  покриват 3 квадратчета от един цвят.

Конкурсни задачи

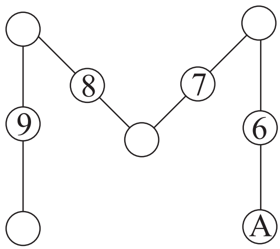
Задача 1. От училищния бюфет Мила си купи 8 дъвки, 2 вафли и 20 бонбона и плати 2лв.40ст. Валя си купи 3 дъвки, 1вафла и 7 бонбона н плати 95 ст. Ако лакомствата от един и същи вид имат еднаква цена, намерете:

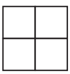
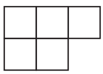
а) колко струва общо 1 дъвка, 1вафла и 1 бонбон;

б) колко струват поотделно дъвка, вафла и бонбон, ако 1 вафла е 3 пъти по-скъпа от 1 дъфка, а 1 бонбон е с 5 ст. по-евтин от дъвка.

Задача 2. Може ли да се състави магически квадрат 3 х 3 с магическо число а) 18; б) 20? Ако може - съставете, ако не - обяснете защо.

Задача 3. Във всяко от кръгчетата на фигурата М са поставени естествените числа от 1 до 9, всяко по веднъж, така че сборът на числата върху всяка от четирите прави на буквата М е равен на 13. Кое е числото, означено с А?



Задача 4. Дадена е правоъгълна дъска с 4 реда и 15 колони и неограничен брой фнгури от I вид:  и от II вид: 

а) Обяснете защо не може да се покрие дъската с 15 фигури от I вид.

б) Колко най-малко фигури от II вид трябва да се поставят, за да може останалата част да се покрие с фигури от I вид?

ЖЕЛАЕМ ВИ УСПЕХ! Не забравяйте крайния срок!

уч. 2004 - 2005 г.

Приключения в "Измислнленд" с помощта на Диофант

През девет планини в десета, малко след страната Най-най-далеч, се намираше приказната страна Хитроландия, която беше известна по света с най-големия увеселителен парк "Измислиленд". Там всичко беше невероятно, изумително, но... Всяка секция за забавления беше отделена от останалите и цената за вход беше верния отговор на задача, която се появяваше на вратата щом я приближиш.

Четвъртокласниците Тишо и Мишо, които вече бяха натрупали знания и опит от няколко математически състезания, решиха , че е време за пътешествие. Взеха листове и химикалки и ето ги пред първата врата:

Да прочетем заедно:

Задача 1 - Полети: Тук има триглави крилати змейове и двуглави крилати лами, които имат общо 13 глави. За да летите с тях, отговорете: Колко са ламите, ако змейовете са повече?

-Да означим броят на ламите с **x**, а броят на змейовете с **y** - започна Тишо. - Така получихме $2.x + 3.y = 13$

-Ясно е, че за да решим задачата, трябва да изчерпим всички възможности - съобрази Мишо.

-Да приложим хитрина - предложи Тишо. - Ако разгледаме- възможностите за **x**, то те са целите числа от 0 до 6, защото $2.7 > 13$. Ако разглеждаме за **y**, то те са само от 1 до 4 , защото змейовете са поне 1 и $3.5>13$.

Заместваме последователно **y** с 1, 2, 3, 4 в $2.x = 13 - 3.y$

$y=1$	$2.x=13-3.1$	$2.x=10$	$x=5$	е решение
$y=2$	$2.x=13-3.2$	$2.x=7$		няма цяло число x
$y=3$	$2.x=13-3.3$	$2.x=4$	$x=2$	е решение
$y=4$	$2.x=13-3.4$	$2.x=1$		няма цяло число x

Намерихме 2 решения на уравнението: 1 змей и 5 лами или 3 змея и 2 лами. От допълнителното условие, че змейовете са повече определяме отговора: 2 лами. Вратите се разтвориха и малчуганите пристъпиха щастливи и невярващи...

Мишо и Тишо решиха едно неопределено уравнение с две неизвестни. В него се търсят целите числа, които са решения. Такива уравнения се наричат още диофаптови по името па древногръцкия математик Диофант. Те могат да изглеждат различно:

$a.x + b.y = c$, $x.y = c$, $x.y + a.x + b.y = c$ ... където a, b, c са дадени цели числа.

Важно е, че за да решим такова уравнение, т.е. да намерим всичките му решения, ако има такива, трябва да изчерпим всички възможни стойности за едното от неизвестните. Броят им може да бъде намален, ако разглеждаме неизвестното, при което има по-голям миожител (коефициент). Ще използваме и други хитрини -четност, делимост. Бъдете наблюдателни!

Да вървим - Мишо и Тишо вече четат:

Задача 2 - Скорости: За да се повозите на шеметното влакче, намерете броя на вагончетата му, ако то има такива с 4 седалки и 5 седалки, поне едно от всеки вид, а броят на всички седалки е 32.

Мишо бързо започна:

-Нека x е броят на вагончетата с 4 седалки, а y - броят на тези с 5 седалки. Тогава $4.x + 5.y = 32$. За y са възможни стойностите от 1 до 6, защото $5.7 > 32$. Записваме $4.x = 32 - 5.y$ и започваме да заместваме.

-Почакай - спря го Тишо - Забележи че 4.x е винаги четно число, 32 е четно число. За да бъде 32 - 5.y четно число трябва и 5.y да е четно число, но 5 не е.

Тогава y е четно: 2, 4, 6.

$y = 2$	$4.x = 32-5.2$	$4.x = 22$		няма цяло число x
$y = 4$	$4.x = 32-5.4$	$4.x = 12$	$x = 3$	е решение
$y = 6$	$4.x = 32 - 5.6$	$4.x = 2$		няма цяло число x

-Можеше да забележиш, че 4.x се дели на 4, 32 се дели на 4 и трябва 5.y да се дели на 4, т.е. y се дели на 4 и от възможните стойности за y от 1 до 6 остана само $y = 4$. - Заключи Мишо.

-Намерихме едно решение на уравнението: 3 вагончета по 4 седалки и 4 вагончета по 5 седалки. Общо отговаряме: 7 вагончета.

Брей че хитреци. Докато се усетя, вече бяха във влакчето.

Нека ние с вас да отговорим на един въпрос:

Защо нямат решения следните уравнения:

а)$2.x + 4.y = 17$; б) $3.x + 12.y = 29$; в) $10.x + 5.y = 232$?

Можем да забележим, или да използваме разпределителното свойство $c.a + c.b = c.(a + b)$ и да запишем:

$2.(x + 2.y) = 17$ $3.(x + 4.y) = 29$ $5.(2.x + y) = 232$

Сега вече е ясно, нали? За а) лявата страна се дели на 2, а дясната - не. Няма цели числа x и y, които да са решения на уравнението. За б) лявата страна се дели на 3, дясната - не. Няма решение. За в) обяснете сами.

Време е. Двамата приятели щастливи и доволни слязоха от влакчето и сега четат следващата задача.

Задача 3 - Лакомства: Тук всеки получава колкото и каквито лакомства си пожелава. Раздават ги 20 дяволчета - бели, червени и сини. Те изяждат на ден 140 бонбона, като всяко бяло изяжда по 12 бонбона на ден, всяко червено -по 10 бонбона на ден, а всяко синьо - по 6 бонбона на ден. Колко са сините, ако има от всеки вид?

Ако x е броят на белите дяволчета, то те изяждат за един ден 12.x бонбони

y е броят на червените дяволчета, то те изяждат за един ден 10.y бонбони

z е броя на сините дяволчета, то те изяждат за един ден 6.z бонбони

общо бонбони: $12.x + 10.y + 6.z = 140$.

Всички се делят на 2, да намалим 2 пъти - предложи Мишо.

Знаем още x + y + т. - 20. Да го увеличим 3 пъти.

$$\begin{array}{r} 6.x+3.y+3.2=70 \\ 3.x+3.y+3.2=60 \\ \hline 3.x+2.y \qquad =10 \end{array}$$

- Това е лесно - продължи Тишо. - 10 е четно число, 2.y е четно число, значи и 3.x с четно число, т.с. x с четно. Понеже 3.4 > 10, то x може да бъде само от 1 до 3 и е четно, остана само x = 2. Тогава y = 2 и

z = 20 - x - y

z-20-2-2

z= 16 сини дяволчета

Мишо и Тишо заслужено влязоха да си похапнат.

Дали и вие вече сте готови за такива пътешествия? Вземете листове и химикалки и да опитаме:

Задача 4: Колко триъгълничета и квадратчета без обща страна могат да се сглобят от 31 кибритени клечки, като всяка страна е от 1 клечка?

Упътване: 3.x + 4.y = 31. Всички възможни стойности на y са от 0 до 7. Заместете последователно и внимателно с всяка от тях. Получихте 3 решения, нали?

Отговор: 1 квадрат и 9 триъгълника;
4 квадрата и 5 тримълника;
7 квадрата и 1 триъгълник

Задача 5: В магазин продавали само два вида топки: едните по 2 лв., а другите - по 7 лв. По колко различни начина с 30 лв. могат да се закупят топки?
Упътване: Съобразете, че y може да бъде само четно число.

Отговор: По 3 начина: 15 топки по 2 лв.;
8 топки по 2 лв. и 2 топки по 7 лв.
1 топка по 2 лв. и 4 топки по 7 лв.

Задача 6: Мишо и Тишо се подготвяли за математическото състезание '"Европейско кенгуру" и решили няколко теста с по 24 въпроса и няколко теста с по 30 въпроса, като общият брой въпроси е 246. Колко теста общо са решили, ако броят им е нечетно число.

Упътване: 24.x + 30.y = 246 Намалете 6 пъти.
4.x + 5.y =41 Съобразете, че y не може да бъде четно число.

Отговор: Решили общо 9 теста:
4 теста по 24 въпроса и 5 теста по 30 въпроса

Задача 7: Тест съдържа 30 въпроса. За правилен отговор се дават 8 точки, за не посочен - 3 точки, а за грешен - 0. Мишо получил 201 точки. На колко въпроса не е посочил отговор?

Упътване: 8.x + 3.y = 201, 201 се дели на 3, 3.y се дели на 3, тогава за да има решение 8.x се дели на 3, т.е. x = 3.к, където x, y, к са естествени числа.

8.3.К + 3.y = 201 Намаляваме 3 пъти

3.к + y = 67

Не забравяйте: $x < 30$, т.е. $к < 10$, $y < 30$, общия брой въпроси е точно 30. Внимателно проверете всички възможности и обяснете, защо са или не са решения.

Отговор: Не е посочил отговор на 3 въпроса.

Задача 8: Дължините на страните на равностранен триъгълник и квадрат се изразяват в сантиметри чрез естествени числа, а сборът на обиколките им е 26 см. Да се определи най-голямата възможна стойност на лицето на квадрата.
Отговор: 25 кв. см.

Задача 9: В "Измислиленд" скоковете се правят с десетокраки дракоии и тринадесетокраки паяци, които имат общо 142 крака. Колко са драконите?
Отговор: 9 дракона.

Отново деление с остатък

Зимна съботна утрин. Слънцето срамежливо надничаше през прозореца. Мишо сънено погледна ледените висулки на отсрещната стряха. Без да ги брои, мислено започна да ги реди. Опита по 2, остана 1. Опита по 3, останаха 2. Вече се събуди и ги преброи - 23. Усмивката грейна на лицето му и той стана от леглото. Всичко си има обяснение. Днес Мишо трябва да подреди библиотеката, да си напише домашното за деление с остатък и после отива на рожден ден на Тишо.

Докато Мишо закуси, ние да се подготвим за домашното.

Като разделим 23 на 2 получаване 11 и остава 1.

Записваме така: $23 : 2 = 11$ (ост. 1) или $23 = 2.11 + 1$.

23 наричаме делимо, 2 -делител, 11 - частно и 1 - остатък.

Да разгледаме още: $23 : 3 = 7$ (ост. 2) или $23 = 3.7 +2$;

$57:9 = 6$ (ост. 3) или $57 = 9.6 + 3$;

$105:7=35$ или $105 = 7.35$

Правилно забелязахте, че остатъкът е винаги по-малък от делителя. Ако делителят е 2, то остатъците могат да са 0 или 1. Ако делителят е 3, то остатъците могат да са 0, 1 или 2.

Когато делим произволно естествено число **a** с друго естествено число **b**, то възможните остатъци са 0, 1,... , b-1.

Можем да запишем: $a : b = q$(ост. r) или $a = b.q + r$,

където a - делимо, b - делител, q - частно, r - остатък, $0 < r < b-1$

Например при $b = 2$, всички четни числа се делят на 2 (дават остатък 0) и затова имат вида $a = 2.q$, а всички нечетни дават остатък 1 и се записват $a = 2.q + 1$.

Нека да видим как Мишо ще се справи със:

Задача 1: В равенството $a = b.q + r$ да се поставят числата 37, 5, 8, 4 така, че да е вярно.

Ясно е, че $a =37$. Остатъкът r не може да е 8, защото за частното b ще останат по-малките 5 и 4, а $r < b$.

Ако $r = 4$ $5.8 + 4 = 44=37$

Ако $r = 5$ $4.8 + 5 = 37$

Тогава $b = 8$, съобрази Мишо, защото $b > r$.

$a = 37$ - делимо, $b = 8$ - делител, $q = 4$ - частно, $r = 5$ - остатък.

Задача 2: Числото 83 е разделено на неизвестно число b и е получен остатък 20. Кое е това число?

$83=b.q+20$

$b.q = 83 - 20$

$b.q = 63$

Щом 83 дава остатък 20 при деление с b, то 63 се дели точно на b.

Да видим какви са всички възможни представяния чрез два множителя:

$63 = 1.63 = 2.21 = 7.9$

63 се дели без остатък на 1,3,7, 9, 21, 63

Търсеното число $b > r = 20$. За b има 2 възможности 63 и 21.

Задачата има 2 решения $83 = 63.1 + 20$ или

$83 = 21.3 + 20.$

Отговор: $b= 63$ или $b = 21$

Време е да подредим библиотеката.

Задача 3: Мишо има двуцифрено число книги. Ако ги групира по 7 на рафт, остава 1. Ако ги групира по 11, пак остава 1. Колко са книгите на Мишо?

Можем да напишем:

Всички двуцифрени числа, които при деление с 7 дават остатък 1 са: 15, 22, 29, 36, 43, 50, 57, 64, 71, 78, 85, 92, 99

Всички двуцифрени числа, които при деление с 11 дават остатък 1 са: 12,23,34,45,56,67,78,89

Числата, които отговарят на двете условия, са решения на задачата. Тук такова е само числото 78.

А можем да разсъждаваме и така:

Нека броят на книгите е a. Щом дава остатък 1 при делене с 7, то $a - 1$ се дели на 7 без остатък. Щом дава остатък 1 при деление с 11, то $a - 1$ се дели на 11 без остатък.

Тогава $a - 1$ се дели на 77, т.е. $a - 1 = 77.q$

Понеже a е двуцифрено число, то $q = 1$ и $a - 1 = 77$

$a = 78$ книги

Мишо взе подаръка и отиде при Тишо.

Задача 4: Броят на гостите на Тишо е двуцифрено число, по-малко от 20. Ако го разделим на 3, остава 2. Ако го разделим на 4, остава 1. Колко са гостите на Тишо?

Упътване: За всяко от условията напишете числата, които го удовлетворяват.

Отговор: 17 деца

Задача 5: Рожденият ден на Тишо през 2005 е в събота. В какъв ден от седмицата ще бъде рожденият му ден през 2006? Отговор: неделя

Задача 6: Числата 97, 4, 23, 5 са делимо, делител, частно и остатък. Да се обоснове, кое число какво е.

Задача 7: Да се намери най-малкото трицифрено число, което при деление с 5, 7 и 9 дава остатък 3.
Отговор: 318

На бал при Шрек

Нали помниш, че Шрек и Фиона заживели щастливо в блатото си? Необезпокоявани от никого. Без да броим Говорящото магаренце. Дните се нижели и си приличали един с друг. Все едно и също...

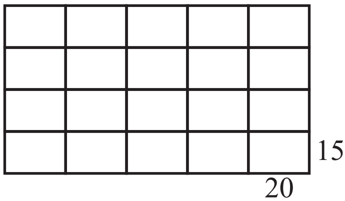
-Фи пак с тъжна, Шрек. - замърмори магаренцето - Какво ще кажеш за бал?

-Ами ... За Фио... Добре! Да го направим! - и зеленото огре си спомни какво е да си въодушевен.

Магаренцето пък вече изнасяше от къщурката картон с цвят на узряла праскова и се зае да решава

Задача 1. От правоъгълен картон с размери 6 дм и 1 м да изреже възможно най-много правоъгълни покани с размери 20 см и 15 см.

Първото, което му хрумна, е да запише в бележника си всички размери в една мерна единица - сантиметри (и то все още не знае как да записва сантиметри като дециметри или метри). Получи 6 дм = 60 см, 1 м = 100 см
Забеляза, че например 60: 15 = 4 , 100:20 = 5 и
скицира следното "разрязване"



Вече знаеше, че от този лист ще направи 20 покани.
Всъщност, тук Sголям.прав.: Sмалък прав. = брой малки прав.

Точно в това време Мишо надничаше любопитно във вълшебното огледало и видя всичко. Вече си забелязал, че той си пада по разгадаването на какви ли не задачи. Затова и се замисли дали има друг начин. Все пак и 60 : 20 = 3 . Ами ако разреже големия правоъгълник на два вида ленти с дължина 60 см. а ширини 15 см и 20 см
съответно x и y на брой? Тогава

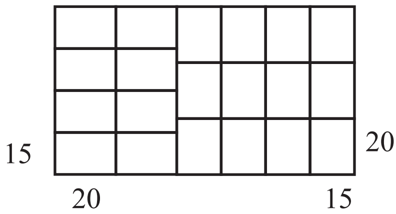
$x.15 + y.20 = 100$

$(x.3).5 + (y.4).5 = 20.5$

$x.3+y.4 = 20$

$x = 4$ и $y = 2$ (Защо?)

Ето и чертежът на Мишо



А край блатото Шрек се опитваше да реши

Задача 2. От правоъгълен резедав картон с размери 11 см и 10 см да изреже правоъгълни картончета с размери 2 см и 5 см.

Беше се сетил, че неотдавна Вълкът разруши колибките на две от трите прасенца и замисли благотворителна томбола. Тъй като

Sг.пр. = 11.10- 110кв.см

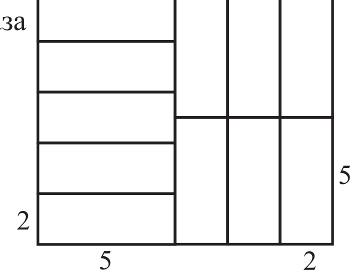
Sм.пр. = 2.5 = 10 кв.см

предположи, че може да получи 110:10=11 картончета

Ала как?Тогава Мишо влезе в огледалото - всезнайко и се озова пред огрето. Показа му решението си на предната задача. Заедно означиха с x и y броя на лентите с ширина съответно 2 см и 5 см, а с дължина 10. Така $x.2 + y.5 = 11$

$x = 3$ и $y = 1$ (Защо?)

И възможно "разрязване" се оказа



След време Тишо, слушайки за това приключение, щеше да постави

Задача 3. Възможно ли е правоъгълник да се разреже само на правоъгълничета с размери 5 см и 11 см, ако първият има размери:
а)39см и 44 см; б) 39 см и 55 см; в) 42 см и 55см?

Съветите на Мишо : а) Провери, че S г.пр. не се дели точно на S м.пр. Това показва, че отговорът е "не".

б)Не бързай да казваш "да"! Нека x и y са броят па лентите с дължина 55 см и ширини съответно 5 см и 11 см. Потърси решение на $5.x + 11.y = 39$.

в)Постъпи като в б).

Задача 4. Колко най-много правоъгълничета с размери 4 см и 3 см могат да се изрежат от правоъгълник с размери:

а) 5 см и 12 см; б)10 см и 11 см?

Съветите на Мишо: Забележи, тук могат да останат изрезки! Най-много от исканите правоъгълничета ще има, когато лицето на изрезките е най-малко

а) Покажи, че могат да се изрежат 4 от дадените правоъгълничета.

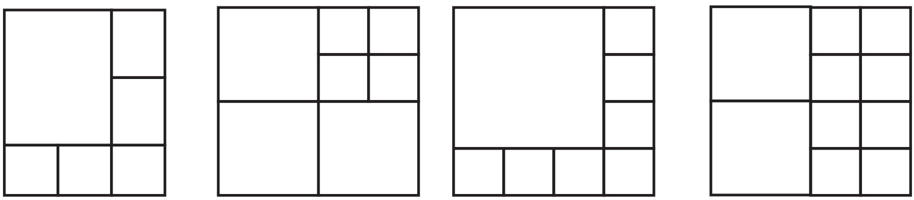
б) Sг.пр. : Sм.пр. = 110: 12 = 9 (ост. 2). Потърси решение за 9 правоъгълничета. Ако не е възможно, потърси за 8 и т.н. Всъщност, оставащите 2 кв. см са точно лицата на две квадратчета със страна 1 см.

Задача 5. Правоъгълен плот на градинска маса с размери 12 дм и 10 дм трябва да се покрие с квадратни теракотени плочки от два вида - със страна 2 дм и страна 3 дм. С колко най-малко плочки може да се направи? Покажи!

Задача 6. (Олимпиада по математика , 2003г.) Квадрат със страна 12 см да се разреже на квадрати. Те трябва да са точно:

а) 6; б)7 ; в) 8; г) 10.

Проучи например чертежите паТишо:



Задача 7. От квадратен картон със страна а да се изрежат квадрати от два вида със страни Ь и с, ако:

а)а= 6 см, b=4 см c= 2 см.

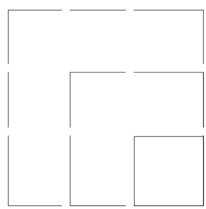
б)а= 8 см, b=3 см c= 2 см.

И за да не съжаляваш , че не можеш да отидеш на бала и ти , опитай се да решиш

Задача 8 . С еднакви пръчици е образувана фигурата Прибави само 2 пръчици, за да получиш точно:

а) 6 квадрата;

б) 5 квадрата и помисли по колко начина е възможно.



Конкурсни задачи

Задача 1: По колко различни начина от 40 рози могат да се направяг букети с
5 рози или 3 рози?

Задача 2: От 36 кибритени клечки са построени триъгълничета, квадратчета и къщички () - общо 10 фигурки. Всяка страна е от 1 клечка. Колко са фигурите от всеки вид, ако от всяка има поне една?

Задача 3: Числата 101 и 73 са разделени на едно и също естествено число n и са получени остатъци съответно 11 и 13. Да се намерят всички възможни стойности за n?

Задача 4: Правоъгълна дъска има лице 120 кв. см. Дължините на страните в сантиметри са естествени числа, а обиколката е възможно най-малка. Разполагаме с плочки от два вида: квадратни със страна 30 мм. и правоъгълни с размери 30 мм. и 40 мм. Може ли дъската да се покрие само с плочки от един вид? Как?

Може ли дъската да се покрие с плочки и от двата вида? Начертай пример.

Желаем ви успех! Не забравяйте крайния срок!

2006-2007 г.

Три пъти чети, веднъж пиши

След един дълъг ден джуджетата се прибраха в топлата си и уютна къща, където ги очакваше Снежанка. Както се досещате, в Света на приказките, те имат важната задача да попълват неизчерпаемите приказни съкровищници. Докато пиеха ароматния си билков чай, джуджетата споделяха за свършеното през деня. Снежанка записваше и пресмяташе кой какво е изработил.

Задача 1. Днес Арон изкопал 3 пъти повече грама злато от Боб, а Вики - с 4 г повече от Арон. Общо донесли 88г злато. По колко е донесъл всеки от тях?
Снежанка избра за неизвестно количеството злато, донесено от Боб и го означи с x. Тогава Арон донесъл 3.x, а Вики - 3.x + 4.

Общо количество: $x + 3.x + 3.x + 4 = 88$

$$7 . x + 4 = 88$$
$$7 . x = 84$$
$$x=12г.$$

Снежанка намери:
Боб- 12г, Арон - 3 . 12 = 36 г и Вики - 36 + 4 = 40г.

Задача 2. От донесените 88г Грег и Дрод ще изработят златни монети по 5г и 3г. Монетите по 3г трябва да са с 8 по-малко от тези от 5г. По колко монети от всеки вид ще се получат?

Снежанка написа:

брой монети от 5г : x — необходимо злато : 5.x
брой монети от 3г : x - 8 — необходимо злато : 3 . (x - 8)
общо необходимо злато: $5.x + 3.(x-8) = 88$
от разпределителното свойство $5.x + 3.x-3.8 = 88$

$$8 . x - 24 = 88$$
$$8.x = 112$$
$$x = 14 \text{ броя}$$

Снежанка намери: 14 монети по 5г и 6 монети по 3г.

Задача 3. През изминалата седмица бяха изработени общо 215 монети. Арон направи колкото Боб и Вики заедно, Грег изработи с 10 по-малко от Арон, а Боб - 4 пъти повече от Вики. Колко монети е изработил Грег?
Снежанка написа:

Ако Вики x монети,
то Боб $4 \, . \, x$ монети.
Тогава Арон $5 \, . \, x$ монети
и Грег $5 \, . \, x - 10$ монети
Общо монети: $x + 4.x + 5.x + 5.x - 10 = 215$

$$15.x - 10 = 215$$
$$15 \, . \, x = 225$$
$$x = 15 \text{ монети}$$

Снежанка получи: Грег е изработил $5.15 - 10 = 75 - 10 = 65$ монети

По-късно вечерта Снежанка, Арон, Боб, Вики, Грег и Дрод се състезаваха в разказване на истории и забавни задачи. Другите две джуджета записваха и отчитаха резултата.

Задача 4. Победителят разказал 22 истории. Вики разказал с 3 по-малко от Снежанка, но с 3 повече от Боб; Дрод - с 10 по-малко от Арон, но 4 пъти повече от Грег; Боб - с 1 повече от Грег. Колко истории е разказала Снежанка, ако е на трето място?

Прочетете пак внимателно!

Да изберем за неизвестно броя на историите на Грег. Означаваме:

Грег x истории
Боб $x + 1$
Дрод $4.x$
Арон $4 \, . \, x + 10$
Вики $3 + x + 1 = x + 4$
Снежанка $3 + x + 4 = x + 7$

Най-много е разказал Арон, защото $4.x+10>x+7$ и $4.x+10>4.x$

Тогава $4 \, . \, x + 10 = 22$

$$4.x = 12$$
$$x = 3$$

Намерихме, че Снежанка е разказала $3 + 7 = 10$ истории.

Ето една от забавните задачи, които разказа Дрод.

Задача 5. Царят на Страната на изгрева е на 27 години и има син на 3 години. След колко години синът ще бъде 3 пъти по-малък от баща си? Снежанка написа:

	сега	след x години
баща	27	$27 + x$
син	3	$3 + x$

Тогава 3 пъти(годините на сина) = (годините на бащата)

$$3.(3+x)=27+x$$
$$3.3+3.x=27+x$$
$$9+2.x+x=9+18+x$$
$$2.x=18$$
$$x=9 \text{ години}$$

Снежанка получи, че сред 9 години синът ще бъде 3 пъти по-малък от баща си.

Задачи за упражнение:

Задача 6. Царят на Страната на розите е на 35 години и има 4 сина. Най-големият принц е на 8 години, а всеки следващ е с 2 години по-малък. След колко години сборът от възрастите на принцовете ще бъде равна на възрастта на царя?

Отговор: след 5 години

Задача 7. Бащата на омагьосаните принцеси, които по цяла нощ танцували в Подземното царство, поръчал обувки: сини обувки по 25 гроша за чифт, бели обувки по 13 гроша за чифт и червени обувки по 20 гроша. Белите били с 20 повече от сините, а червените - 2 пъти повече от сините. Платил 962 гроша. Колко чифта обувки е поръчал?

Отговор: 56 чифта

Везни и джуджета

Неделното слънце огря върховете на боровете и белите скали. Както всеки ден, Снежанка се събуди първа. Скоро ароматът на билков чай, препечени филийки и сладко от боровинки погъделичка ноздрите на джуджетата.

Дрод още предъвкваше, когато Грег стовари върху дъбовата маса своята "Занимателна математика". Погледна дяволито Дрод, разтвори дланта си и постави три на вид еднакви монети пред него на масата.

Чуденка 1. В едната монета има по-малко злато и тя е по-лека . -започна Грег - Можеш ли само с едно претегляне с обикновена везна и без теглилки да откриеш по-леката?

-Това го знам.- отвърна на предизвикателството Дрод - Има **хитринка: слагаш по една монета в двете блюда на везната. Ако тя е в равновесие, третата монета е по-леката. Ако от монетите на везната едната е по-лека, тя е търсената.** Но като толкова знаеш, отговори ми на следната

Чуденка 2. Към твоите 3 златни монети ще добавя още 6, еднакви на двете по-тежки от твоята **Чуденка 1**. Можеш ли пак с обикновена везна, без теглилки и само с две претегляния да откриеш по-леката сред девет монети? Грег се умълча. Но за малко.

-Ще използвам **хитринката**. - започна джуджето - Разделям монетите на 3 групи по 3 монети. Тази, в която е по-леката монета, е по лека от останалите. С първото претегляне ще открия тази група. После за трите монети в нея прилагам **Чуденка 1**.

-Много добре! - похвали го Дрод - А как ще се справиш с Чуденка 3. Нека увелича монетите на 26. Отново знаем, че само една сред тях е по-лека. Можеш ли само с три претегляния с обикновена везна и без теглилки да я откриеш?

-Може би отново трябва да разделя монетите в 3 групи? - не се предаваше Грег - Сетих се! В 2 от групите те ще са по 9, а в третата - 8. С **първото претегляне** ще сравня групите с по 9 монети. Ако едната от тях е по-лека, действам както в **Чуденка 2.** Ако са равни , по-леката е сред осемте монети. Разделям ги на 2 групи по 3 и една група с 2 монети. Отново сравнявам първите_2 групи. Това е **второто претегляне**. Ако по-леката е в някоя от тях, използвам **Чуденка 1.** Ако по-леката е сред останалите 2 монети, с **третото претегляне** я откривам.

-Чудесно! Но нещо се заседях. Затова отивам да набера малини. - Дрод тръгна към вратата. - Ако искаш, ти се помъчи с

Чуденка 4. Сред еднаквите на вид 12 сребърника в ковчежето ти един е различен. Знам това, защото аз го сложих. Можеш ли само с 4 претегляния да установиш по-лек или по-тежък е той?

Когато се видяха пак след няколко часа, Грег сияеше. Ето и неговият план:

1)Хитринката - разделям монетите в три групи по 4;

2)с първите 2 претегляния откривам двете групи с еднакви монети. Така ще разбера и дали една от монетите в третата група е по-лека или по-тежка;

3)монетите в третата група разделям в 2 по-малки групи по 2;

4) с едно претегляне намирам сред кои 2 е търсената монета;

5)с последното претегляне ще посоча и самата монета. - дочете Мрам през рамото на Дрод.

-Аха, значи с това сте се занимавали цяла сутрин, а аз се измъчих да търся теглилките. Ето ви

Чуденка 5. Снежанка иска да направи питки със сирене за през седмицата, за което и трябват точно 3кг брашно. Да, но намерих теглилка само от 1кг. Без да искам, преди малко настроих везната за точно 2 претегляния на ден, а в чувалчето има 7кг брашно. - въздъхна Мрам - Можете ли да ми помогнете?

-Ех, Мрам, - нетърпеливо започна Грег - можеш да използваш например

I начин: Претегляш 1кг брашно.След това с негова помощ и с теглилката претегляш още 2кг, защото

1кг (тегл.) + 1кг (бр.) = 2кг (бр.)

II начин: Отделяш 1кг брашно. После останалите 6кг разделяш по равно на везните, т.е. **6 кг : 2 = 3кг.**

III начин: Слагаш в едното блюдо теглилката. След това разделяш брашното в двете блюда така, че те да бъдат в равновесие. Тогава на едното място ще имаш 3кг, а на другото - 4кг брашно. Това е така, тъй като **(1кг (тегл.) + 7кг (бр.)): 2 = 4кг (бр.), а 7кг - 4кг = 3кг.**

-Грег е прав, Мрам. Опитай сега сам да решиш

Чуденка 6. Имам една теглилка от 1г и везна. Как с 2 претегляния да отделя от 21г златен пясък точно 6г, за да направя колие на Снежанка?

-Имам идея! - чертаеше с крак кръгове по пода Мрам - Ако се сетим, че **6 = (11 + 1) : 2** излиза, че е необходимо с едно претегляне да отделим 11г. Но **(21 + 1) : 2 = 11** и поне аз знам какво да направя. А вие?

През това време Грег отново се зачете в своята "Занимателна математика" и по-точно в

Чуденка 7. "Джудже разполага с една теглилка от 1г, една теглилка от 3г и една теглилка от 9г. Може ли да измерва с тях скъпоценнни камъни, ако те тежат в грамове цяло число, не по-голямо от 13?"

Всъщност, това е по друг начин казана задачата: " Като използвате числата 1, 3 и 9 най-много веднъж в израз, с помощта на скоби и действията събиране и изваждане, получете естествените числа от 1 до 13, включително." Защо?

И тъй като 3 - 1 = 2, 1 + 3 = 4, 9 - (1 + 3) = 5, 9 - 3 = 6, (9 + 1) - 3 = 7, 9-1 = 8, 9 + 1 = 10, (9 + 3)-1 = 11,9 + 3= 12 и9 + 3 + 1 = 13, отговорът е утвърдителен.

Задачи за упражнение:

Чуденка 8. Как с обикновена везна и без теглилки да открием по-тежка сред еднакви на вид:

а)81 монети с 4 претегляния;

б)80 монети с 4 претегляния;

в)7 монети с 2 претегляния;

г)16 монети с 3 претегляния;

д)25 монети с 3 претегляния?

Чуденка 9. Как с обикновена везна и една теглилка от 1г най-много с 2 претегляния да отделим от 9г златен пясък точно 5г?

Чуденка 10. В чувал има 19кг захар. Как с обикновена везна и теглилка от 1кг само с 3 претегляния да разделим захарта на две места -съответно по 12кг и 7кг?

Чуденка 11. Разполагаме с обикновена везна и по една теглилка от 1г, 3г, 9г, 27г и 81г. Какви тегла в цяло число грамове можем да измерваме с тях?

Огледални числа

Традиционно, през пролетта Снежанка и джуджетата участваха в огледалните състезания. Отбори от цялата страна се регистрираха на адрес: www.ogledalo.mir.ogl и се включиха в мрежата, за да премерят сили в областта на математиката.

Да ви запозная с правилата:

1) Две числа наричаме **огледални**, ако едното се записва с **цифрите на другото, но в обратен ред**. Например 61 и 16, 203 и 302.

2) Под записа **ab** разбираме двуцифрено число с цифра на **единиците b** и на **десетиците a**. При **abc**- аналогично, трицифрено число с цифра на **единиците c**, на **десетиците b** и на **стотиците a**.

Тази година Снежанка реши да се бори за титлата в отбор с джуджетата Мрам и Еди. На екрана пред тях светеше условието за

I ниво: Кои са огледалните числа аЬ и Ьа със сума 99?

Мрам уверено записа задачата във вид на ребус

$$\begin{array}{r} ab \\ +\underline{ba} \\ 99 \end{array}$$

Щом a + b = 9, то двойките (a ; b) са : (1;8), (2;7), (3;6), (4;5), (5;4), (6;3),(7;2),(8;1).

Тогава двойките огледални числа са: 18 и 81, 27 и 72, 36 и 63, 45 и 54.

След като верният отговор бе въведен, на екрана се появи условието от

II ниво: Да се намерят в сантиметри дължините на страните на правоъгълник, ако те са двойка огледални числа, а обиколката му е 806см.

Еди доволно потри ръце, защото знаеше, че ще се справи и започна да набира:

$$\begin{array}{r} abc \\ +\underline{cba} \\ 403 \end{array}$$

\- Сборът на двете страни е равен на половината от обиколката на правоъгълника. - поясни Еди - Ако погледнеш стотиците, a + c не води до пренос. От единиците a + c = 3 и възможностите са: a = 1 и c = 2 или a = 2 и c = 1, но те са от една двойка огледални числа.

$$\begin{array}{r} 1b2 \\ +\underline{2b1} \\ 403 \end{array}$$

\- Ясно е, че b + b трябва да доведе до пренос. Тогава b = 5. Верният отговор е 152см и 251см.

Но това не беше всичко. Предстоеше преодоляването на

III ниво: Да се намери в сантиметри дължината на страната на квадрат, ако тя е четирицифрено число, а неговото огледално е равно на обиколката на квадрата.

Мрам и Еди понечиха да използват Help, ала Снежанка се намеси: - Не бързайте. Нека опитаме сами. Дотук ребусите ни помогнаха. Да опитаме така:

$$\begin{array}{r} abcd \\ abcd \\ +\ abcd \\ \underline{abcd} \\ dcba \end{array}$$

От хилядите виждаме, че 4 . a не води до пренос.
Тогава a = 1 или a = 2.

Ако a = 1, то 4 . 1bcd = dcb1. От единиците 4 .d завършва на 1, но 4 .d е четно число. Тогава a не е 1. Да напишем a = 2.

Имаме 4 . 2bcd = dcb2 . Възможностите за d са 3 и 8. От хилядите забелязваме, че d не може да е 3, да въведем d = 8.

2bc8
2bc8
+ 2bc8
2bc8
8cb2 - От единиците има пренос 3, но от стотиците няма. Това означава, че b е 2 или 1. Ако b = 2, от десетиците имаме, че 4 . c + 3 е число, завършващо на 2, но 4 . c + 3 е нечетно число. Въвеждаме b = 1.

21c8
21c8
+ 21c8
21c8
8c12 - Тогава 4 . c + 3 завършва на 1. Това е възможно при c = 2 или c = 7. Проверете, че c = 2 не е решение. Остава c = 7.

Верният отговор е 2178см.

Мрам и Еди тъкмо се поздравиха за успешното представяне, когато на екрана се появи ново предизвикателство -

Супер ниво: Колко са четирицифрените числа abcd, такива че
ab + c + d = cd + a + b?

Тази задача се стори непосилна за джуджетата, но Снежанка ги окуражи: -Всяко двуцифрено число ab може да се запише като 10 . a + b, а трицифрените числа abc имат запис 100.a+10.b + c.

След това ценно пояснение Еди пъргаво записа ред след ред:

10.a + b + c + d=10.c + d + a + b
10.a + c = 10 . c + a
9.a = 9.c
a = c

-Ами сега, как ще ги намерим тези числа? - посърна Еди.

-Не четеш условието. - включи се Мрам - Трябва да намерим само техния брой, а това означава да разберем колко са различните възможности за цифрите **a, b, c, d**.

Цифрата **a** приема стойности от 1 до 9. Това са 9 възможности.

Цифрата **b** може да е всяка една от цифрите от 0 до 9. Това са 10 възможности.

За **c** изборът е един, а именно този, който отговаря на избора на a.

Цифрата **d** може да приема 10 стойности от 0 до 9.

Броят на числата ще получим като умножим тези възможности :
9.10.1.10 = 900 числа.

Така отборът на Снежанка, Мрам и Еди получи приза за най-добри математици в огледалната мрежа, а сега вие се упражнете:

I ниво: Сумата на кои огледални трицифрени числа е 1817?

Отговор: 958 и 859

II ниво: Да се намери сборът на две двуцифрени числа, ако сумата на техните огледални е число, което се представя като произведение на пет последователни естествени числа.

Отговор: 1.11

III ниво: Правоъгълник има лице 765кв.см, а страните му са две огледални двуцифрени числа. Кои са те ?

Упътване: ab . ba = 765. Поне едно от a или b е 5, а другото е нечетно число.

Отговор: 15 и 51

Преминали ли сте през тези нива безпрепятствено, ще се справите и със

Супер ниво: Числото abc има произведение на цифрите 6. Колко на брой са тези числа? Има ли такова от тях, което събрано със своето огледално да дава сума трицифрено число с еднакви цифри?

Отговор: 9 числа

Конкурсни задачи

Задача 1. Арон, Боб и Вики изрязаха по един правоъгълник. Сборът от лицата на трите е 80кв.см. Правоъгълникът на Боб има лице 2 пъти по-малко от този на Арон и с 8кв.см по-малко от този на Вики.

а)Намерете лицата на трите правоъгълника.

б)Намерете всички възможни стойности на размерите на правоъгълника на Арон, ако те са цели числа в сантиметри? Пресметнете съответните обиколки.

Задача 2. Едно от джуджетата бутнало скъпоценен камък от 40г. Снежанка му казала:

- Хубав камък беше, а сега - няколко парчета. Ала и така е добре - ще мога да измервам в цели грамове от 1г до 40г, включително.

Колко най-малко са парчетата и по колко тежи всяко от тях?

Задача 3. Четирицифреното число $\overline{abcd}$ има различни ненулеви цифри. За него е изпълнено $\overline{ab} + \overline{cd} = \overline{da} + \overline{bc} = 121$.

а)Докажете, че a + c = b + d=11.

б)Колко на брой са четирицифрените числа с това свойство?

в)За колко от тях е вярно, че abcd + 1089 = dcba ?

уч. 2007 - 2008 г.

СГОВОРНА ДРУЖИНА

В следващите задачи ще приемем, че всички участници извършват посочените дейности по един и същи начин, т.е. за едно и също време те постигат един и същ резултат. С други думи, всички участници в конкретната задача имат еднаква **"производителност".**

Задача 1. Две шивачки за 2 часа ушиват 2 ризи. Шест шивачки за колко часа ушиват 6 ризи?

Решение. Звучи като скоропоговорка. И като че ли е логично необходимото време да бъде 6 часа. Но дали наистина е така ?

Двете шивачки работят **едновременно -** в случая 2 часа. Тогава всяка от тях за даденото време изработва по 2:2 = 1 риза **(броят на ризите, разделен на броя на шивачките).** Това означава, че за същото време (2 часа) 6 шивачки ще ушият 6.1=6 ризи. Търсеното време е 2 часа.

Задача 2. Трима сладкари изработват 3 еднакви торти за 3 часа. Седем сладкари колко такива торти ще изработят за 6 часа?

Упътване. Разсъжденията си можем да опишем и така:

брой сладкари	време за работа	брой торти
3 сладкари	за 3 часа	3 торти
1 сладкар	за 3 часа	1 торта
7 сладкари	за 3 часа	7 торти
7 сладкари	за 6 часа	14 торти

Забележете, че **от един и същ брой сладкари произведеното за двойно повече време е двойно повече.**

Задача 3. Пет работника изкопават за 5 часа общо 5 метра за напоителен канал. Колко работника за 10 часа ще изкопаят 40 метра? Упътване. Да попълним отново таблица.

брой работници	време за работа	изкопани метри
5 работника	5 часа	5 метра
5 работника	10 часа	10 метра
20 работника	10 часа	40 метра

Забележете, че **за едно и също време колкото повече са работниците, толкова повече е и извършеното.**

Опитайте да решите сами:

Задача 4. Три деца за три минути изяждат шест бонбона. Десет деца за колко минути ще изядат двадесет бонбони?

Задача 5. Три кокошки за три дни снасят девет яйца. Четири кокошки за девет дни колко яйца ще снесат?

Задача 6. Две котки за два часа изяждат две мишки. Четири котки за четири часа колко мишки ще изядат?

Задача 7. Двадесет работника сглобяватГ 40 еднакви детайли за един час. Колко работника ще сглобят 20 такива детайли за тридесет минути?

Конкурсни задачи за I етап - 2007г.

Задача 1. За три часа четирима сладкари омесват 444 кифлички. Намерете и обяснете колко кифлички ще омесят шестима сладкари за пет часа?

Задача 2. Намерете неизвестното число **x**, ако

((2007-x).9+ 156): 15 = 111-11.8

Задача 3. Външно за равностранен триъгълник, върху страните му са построени квадрати.

а)Лицето на един от тези квадрати е 16кв.см. За какво време (в минути и секунди) охлюв ще обиколи получената фигура, ако за 52секунди изминава 1см?

б)Обиколката на триъгълника е 12см. Намерете всички размери, които може да йма правоъгълник с лице, равно на сбора от лицата на построените квадрати.

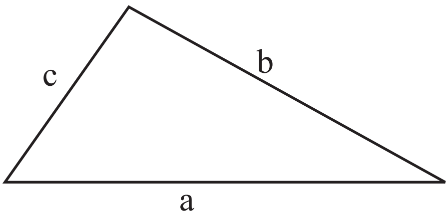
Неравенство на триъгълника

Известно е, че три отсечки могат да образуват триъгълник само, ако дължината на всяка от тях е по-малка от сбора на дължините на другите две. Ясно е, че е достатъчно най-голямата отсечка да е по-малка от сумата на другите две.

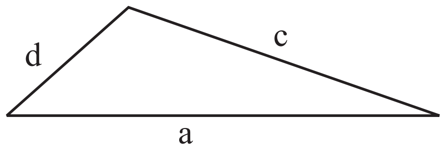
В следващите задачи ще разглеждаме триъгълници, чиито страни имат дължини естествени числа в см.

Задача 1. Нека са дадени отсечки а, Ь, с и й с дължини съответно 8 см, 6 см, 5 см и 2 см. Да се установи с кои от тях може да се построи триъгълник.

Решение: Според изискването по-горе а, Ь, с и Ь, с, й могат да образуват триъгълници тъй като: 8 < 6+5 (фиг. 1) и 6 < 5+2 (фиг.2)

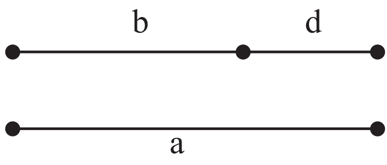


фиг. 1

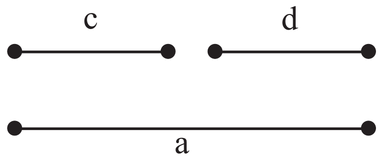


фиг. 2

Вариантите **a,b, d** и **a, c, d** не са възможни тъй като:
8 = 6+2 (фиг. 3) и 8 > 5+2 (фиг. 4)



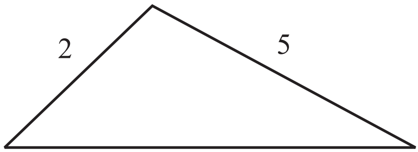
фиг. 3



фиг. 4

Задача 2. Две от дължините на страните на триъгълник са 2 см. и 5 см. Да се намери обиколката на триъгълника.

Решение: Дължината на третата страна е по-малка от сбора на другите две. Да означим тази страна с x.
Тогава x < 2 + 5, т.е.



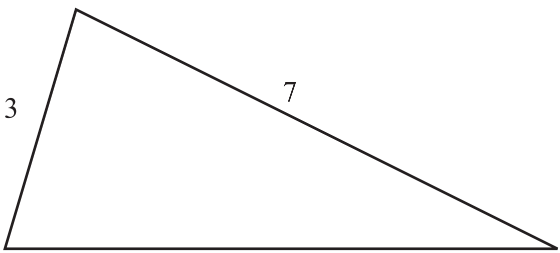
$x<7$

Възможностите за x са: 6, 5, 4, 3, 2 и 1 см.
Числата 1, 2, 5; 2, 2, 5 и 2, 3, 5 не могат да бъдат страни на триъгълник, т.е. третата страна е с дължина 6, 5 или 4 см.

При **x**=6 **P**=6+5+2 **P**=13см.
При **x**=5 **P**=5+5+2 **P**=12см.
При **x**=4 **P**=4+5+2 **P**=11см.

Задача 3. Обиколката на триъгълник е четно число, а две от страните са 3 см. и 7 см. Да се намери третата страна.

Решение: Отново неизвестната страна ще означим с **x**



От неравенството на триъгълника следва: $x<3+7$, $x<10$
Освен това $P = x+10$ трябва да е четно число, следователно x също е четно.
Тогава x е 2, 4, 6 или 8.

Ако $x=2$, то $7>2+3$ и следователно не е възможно да се образува триъгълник.

Ако $x=4$, то $7=3+4$ и следователно не съществува такъв триъгълник. Ако $x=6$, то $7<3+6$ и $P=3+6+7$

$P=16$см.

Ако $x=8$, $P=3+7+8$

$P=18$ см.

Следващите задачи са за упражнение. При решаването им не забравяйте да разгледате всички възможности.

Задача 4. Да се намери обиколката на разностранен триъгълник, ако най-голямата му страна е 4 см.

Задача 5. Да се намерят страните на триъгълник, ако най-малката му страна е четно число, най-голямата му страна е 11 см, а третата страна е нечетно число, което се дели на 3.

Задача 6. Да се намери обиколката на равнобедрен триъгълник със страни 4 см. и 9 см.

Конкурсни задачи за II кръг

Задача1. Да се намерят страните на триъгълник, ако те са последователни четни числа и обиколката му е по малка от сбора на квадрат със страна 7 см.

Задача 2. Събрал цар тримата си сина и започнал да им дели сандък с диаманти. Разделил всички диаманти на 3 равни части и дал една от тях на най-големият си син. После събрал останалите диаманти и отново ги разделил на 3 равни части и дал една от тях на втория си син. Събрал останалите пак ги разделил на 3 равни части и дал една от тях на най-малкия си син.

"Останалите 16 диаманта ще ви поделя, като ви видя как ще използвате тези" - им казал царят. Колко са всички диаманти и по колко от тях е получил всеки син.

Задача 3. Да се реши ребуса:

$$\begin{array}{r} \text{УДАР} \\ +\ \underline{\text{УДАР}} \\ \text{ДРАМА} \end{array}$$

уч. 2008 - 2009 г.

С помощта на правоъгълника

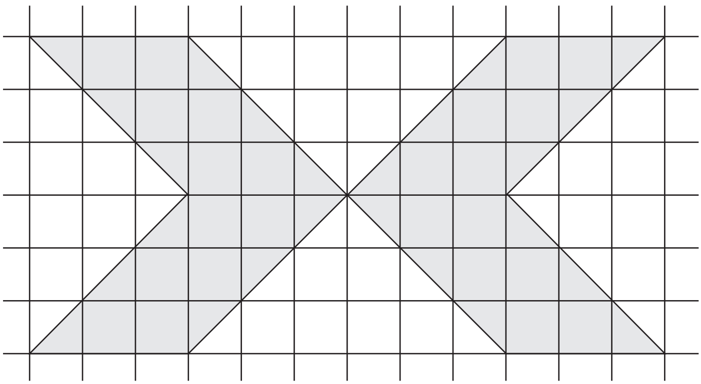
Здравейте приятели,

В това четиво ще ви покажем колко полезни са квадратът и правоъгълникът, когато се налага да търсим лице на фигури. За целта е необходимо да знаете как се намира лице на квадрат със страна а (**S = a . a**), лице на правоъгълник със страни а и в (**S = a . в**) и следните свойства:

1.Всеки квадрат се разделя от свой диагонал на два правоъгълни триъгълника с лице половинка от лицето на квадрата.

2.Всеки правоъгълник се разделя от свой диагонал на два правоъгълни триъгълника с лице половинка от лицето на правоъгълника.

Задача 1. Да се намери лицето на оцветената фигура, ако страната на едно квадратче е 1см.

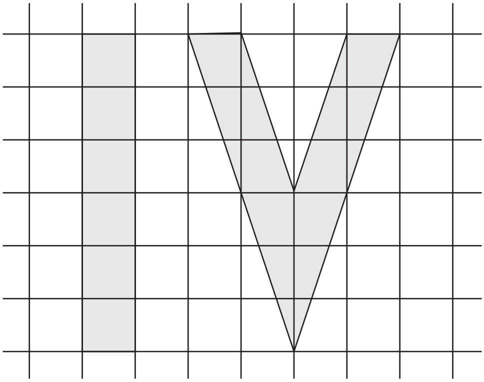


Решение: Фигурата се състои от 24 квадратчета и 24 триъгълничета, които са половинка от квадратче. Оцветената част (**цв.ч**.) е с лице

24 .1.1 + (24 .1.1) : 2 = 36 кв.см.

Отг.: Sцв.ч. =36кв.см.

Задача 2: Ако лицето на едно квадратче е 4кв.см., да се намери лицето на оцветената фигура.



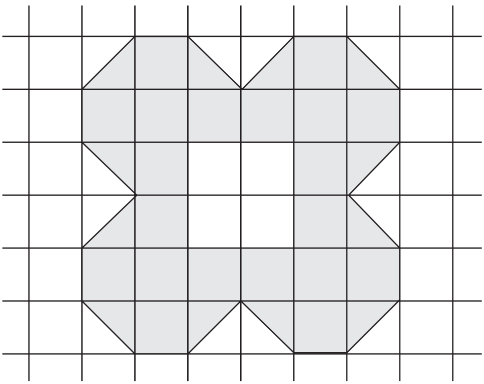
Решение: Страната на едно квадратче е 2см. Оцветената фигура е съставена от 6 квадратчета и 6 правоъгълни триъгълничета, които са половинки от правоъгълник с размери 2x6 . Тогава

S цв.ч. = 6.4 + (2.6: 2) . 6

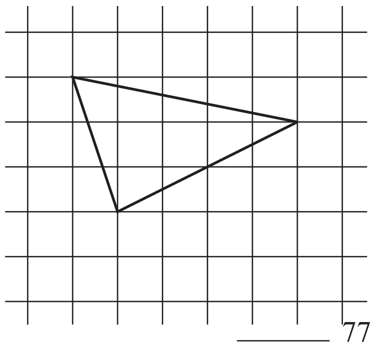
Отг.: Sцв.ч. = 60 кв.см.

Задача 3. Ако лицето на цветето е 234кв.см., да се намери лицето на изрязания от него квадрат.

Решение: Върху фигурата са оцветени 20 квадратчета и 12 триъгълничета, които имат лице, равно на лицето на 6 квадратчета. Получихме, че лицето на фигурата е равно на лицето, получено от 26 квадратчета. Да означим лицето на квадратче с S□. Следователно 234 = 26 . S□. Оттук S□= 234 : 26, S□= 9кв.см. Лесно се пресмята, че страната е 3см., а изрязаният квадрат е с лице 36кв.см.



Отг.: 3см.



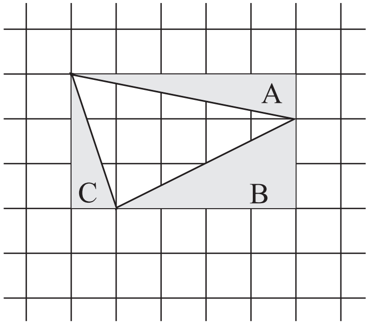
Задача 4. Ако страната на едно квадратче от мрежата е 2см., да се намери лицето на начертания триъгълник.

Решение: Триъгълникът е "опакован" в правоъгълник с размери 6x10 и лицето му е 60кв.см. Оцветената част се състои от три правоъгълни триъгълника.

Триъгълникът А е половинката от правоъгълник с размери 2х10, триъгълник В е половинката от правоъгълник с размери 4х8, а триъгълник С е половинката от правоъгълник с размери 2х6. Лицето на оцветената част е

2 .10 : 2+4 . 8 : 2+2 . 6 : 2 =32кв.см

Търсеното лице е разлика от лицето на големия правоъгълник и лицето на оцветената част.



Отг.: S△ = 28 кв.см.

Упражнете своите знания и наблюдателност със следните

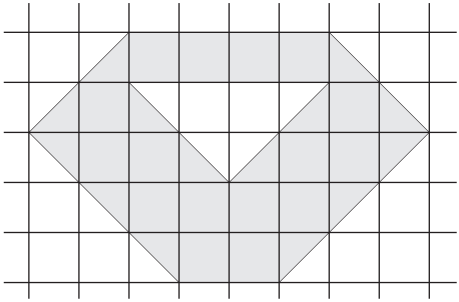
Задача 5.

а) Да се намери лицето на оцветената част, ако страната на едно квадратче е 1см.

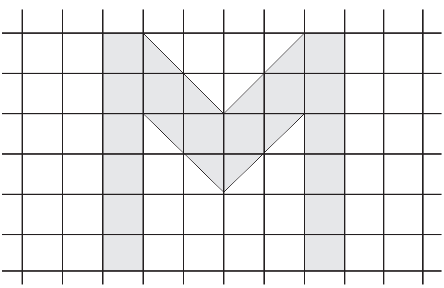
б) С колко кв.см. е по-голямо лицето на оцветената част от това на “вътрешната” неоцветена част.

Отг.: а) 23кв.см.; б) 19кв.см.

част от това на неоцветена част?

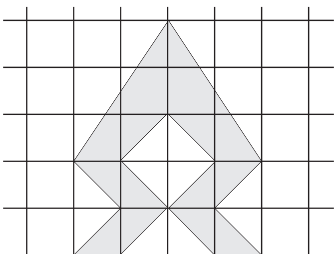


Задача 6. Лицето на оцветената част е 80кв.см. Да се намери лицето на едно квадратче от мрежата.



отг.: 4кв.см

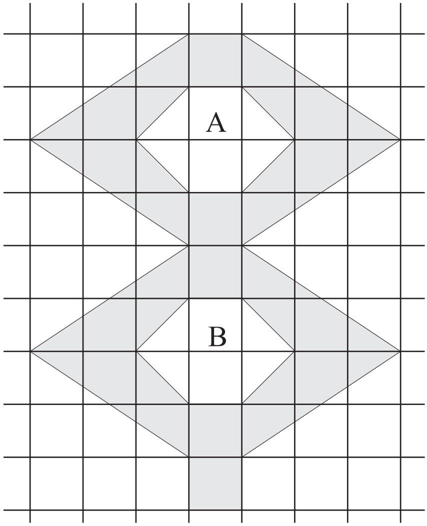
Задача 7. Страната на едно квадратче е 1см. Да се намери лицето на оцветената част.



отг.: 9кв.см

Конкурсни задачи за I етап

Задача 1. Лицето на едно малко квадратче е a кв.см.



а)Да се намери лицето на оцветената част.

б) Ако лицето на оцветената част е със 153кв.см. по-голямо от сумата на лицата на неоцветените фигури, означени с A и B, да се намери страната на едно квадратче.

Задача 2. Нека с ~ означим ново действие, което се извършва по правилото m~n = 2.m.n - 3.n

а)Да се пресметне (2 ~ 3) ~ (3 ~ 2)

б)Да се намери неизвестното а в равенството 3 ~ а = 5 ~ 3

Задача 3. В един клас има 36 ученика, които са или плувци, или скиори, или футболисти. Плувците са 9, скиорите са 11, а футболистите са 13. Ако 4 от плувците са скиори и никой от футболистите не е плувец, да се намери колко от скиорите са футболисти.

ПЪТЕВОДИТЕЛ ЗА ТЕКСТОВИ ЗАДАЧИ

Често свързваме математиката с пресмятания на числови изрази, с намиране на неизвестни числа, с намиране на обиколки или лица на фигури. Всъщност, една от целите на ученето в училище е да можем да се справим със задачи от ежедневието. Пример за такива са така наречените **текстови** задачи. Обикновено тях можем да ги решим поне по два начина, но независимо какво ще използваме, за сигурен успех е добре да спазваме:

Правило 1. След като прочетеш условието отговори последователно на въпросите "Какво се търси?", "Какво е известно/дадено/?", "Какви връзки са зададени?". Добре е да си запишеш отговорите на тези въпроси като кратко условие на задачата. Едно от предимствата е, че докато го пишеш, ти отново осмисляш даденото в условието, а и често съкратеният запис ти подсказва път за решаване.

Правило 2. Записвай си изводите, които правиш, наблюдавайки получената до момента информация.

Правило 3. След всяко пресмятане си записвай какво точно си получил. Тези бележки ти помагат бързо да се ориентираш докъде си стигнал с решаването на задачата.

Правило 4. Когато мислиш, че си решил задачата, прочети отново какво точно се търси в нея.

Правило 5. Решението на задачата е пътя, който "изминаваме" от условието до крайния резултат. Затова след разсъжденията си напиши и своя отговор на поставения в условието въпрос или въпроси.

Нека заедно да видим как помагат правилата. И тук е необходима "тренировка", защото човек се учи да решава задачи като решава задачи!

А сега да потренираме.

Задача 1. За 10лв. един ученик купил бели и карирани листове. Един бял лист струва 5ст., а един кариран струва 3ст. Белите листове са с 16 повече от карираните. Колко бели и карирани листове е закупил ученикът?

Условието можем да запишем например в таблицата

	Единична цена	Брой
Бели листове	5 ст.	16 + x = ?
Карирани листове	3 ст.	x = ?

I начин. Общо ученикът е похарчил

10лв. = 10 . 100 = 1000ст.

16.5 = 80ст. /струват 16 бели л./

1000 - 80 = 920ст. /струват карир. л. и още толкова бели л./

5 + 3 = 8ст. /струват 1 карир.л. и 1 б.л./

920 : 8 = 115 /комплекта от по 1 карир. л. и 1 б.л./ Тогава карираните листове са 115, а белите листове са115 + 16=131.

II начин. Необходимата сума за 1 бял и 1 кариран лист е 8ст. Всички листове са x комплекта от по 1 бял и 1 кариран лист плюс 16 бели листове. Тогава можем да намерим x от равенството

$$8 \cdot x + 16 \cdot 5 = 10 \cdot 100 \text{ или } 8 \cdot x + 80 = 1000$$
$$8 \cdot x = 1000 - 80$$
$$8 \cdot x = 920$$
$$x = 920 : 8$$
$$x = 115 \text{ /комплекта/}$$

IIIначин. Можем да допълним таблицата

<table>
<tr><td></td><td>единична цена</td><td>брой</td><td colspan="2">покупката струва</td></tr>
<tr><td rowspan="2">бели л.</td><td rowspan="2">5 ст.</td><td>16</td><td colspan="2">16.5=80 ст.</td></tr>
<tr><td>x=?</td><td>5.x</td><td rowspan="2">=8.x</td></tr>
<tr><td>карирани л.</td><td>3 ст.</td><td>x=?</td><td>3.x</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>общо:</td><td colspan="2">1000 ст.</td></tr>
</table>

и да напишем и решим 80 + 8 . x = 1000

Отговор: 115 карирани и 131 бели листове

Задача 2. Ани, Петър и Елица имали общо 3774лв. Петър имал със 111лв. повече от Ани, а Елица - колкото Ани и Петър заедно. По колко лева е имало всяко от децата ?

Да означим с А парите на Ани, с П - парите на Петър, а парите на Елица -с Е. Написаното, че Петър имал със 111лв. повече от Ани означава, че към парите на Ани трябва да прибавим 111лв., за да получим парите на Петър. Тогава

Дадено: П= 111 +А   Търсим: А = ?
Е = П + А   П = ?
П + А + Е = 3774лв.   Е = ?

Решение.

I начин. Тъй като Елица има колкото Ани и Петър заедно, общата сума е 2 пъти по-голяма от нейните пари.

Е = 3774: 2 = 1887лв.
1887 -111 = 1776лв. / 2 пъти парите на Ани/
А= 1776: 2 = 888лв. и П = 888+ 111= 999лв.

II начин. От П = 111+АиЕ = П + А намираме
Е = 111 +-А + А. Тогава от П + А + Е = 3774

$\underbrace{111 + А}_{П} + \underbrace{А+111+А}_{Е} + А = 3774$ или 222 + 4.А = 3774

III начин. Парите на Елица са парите на Ани плюс парите на Ани и още 111лв., т.е. със 111лв. повече от 2 пъти парите на Ани. Тогава общата сума е със 111.2 = 222лв. повече от 4 пъти парите на Ани или
А = (3774 - 222): 4 = 3552 : 4 = 888лв.

Отговор: Ани е имала 888лв.,Петър - 999лв., Елица -1887лв.

Задача 3. Петър и Веселин имат различни суми пари. Ако Петър даде на Веселин 100лв,, тогава ще имат равни суми. Ако Веселин даде на Петър 150 лв., тогава Петър ще има два пъти повече пари от Веселин. Колко пари има Петър и колко пари има Веселин ?

Означаваме сумите на двете момчета съответно с П и В. Когато едното мвмче дава на другото х лв., тогава сумата на първото намалява с х лв. и в същото време сумата на второто се увеличава с х лв. Това означава, че разликата между парите на двете момчета е **2 . х** лв., ако след размяната се получат равни суми.

Дадено: П - 100 = В + 100 **Търсим:** П = ?
П+150= (В-150). 2 В = ?

Решение.

I начин. Щом като П = В + 200, то

В + 200 +150 = В - 150 + В - 150

В + 350 = В + В- 150- 150

В + 350 = В + В - 300

От двете страни имаме равни сборове и в тях участва едно и също събираемо В. Тогава равенството ще се запази, ако го махнем и от двете страни или 350 = В - 300, В = 650лв., П = 850лв

II начин. Разликата между парите на Петър и парите на Веселин е 200лв. Тогава когато Веселин дава 150 лв., разликата между наличните вече пари на Петър и останалите във Веселин е 200 + 2 .150 = 500лв. и тя е равна на останалите във Веселин пари. Тъй като те са със 150лв. по-малко от първоначалната сума, то В = 500 + 150 = 650лв.

Отговор: Веселин има 650лв., а Петър има 850лв.

Задача 4. На стадион има пейки. Спортисти насядали по 190 на пейка, като на последната седнали 140. Ако тези спортисти седнат по 170 на пейка, то за 210 от тях няма да останат места. Колко пейки има на стадиона? Колко са спортистите?

Решение.

I начин. Във втория случай на последната пейка са седнали 30 спортисти повече. Ако ги "вдигнем", остават без място 210 + 30 = 240 спортисти. Освен това, в първия случай на всяка от останалите пейки седят с 20 спортисти повече отколкото във втория случай. Това показва, че "правите" атлети могат да седнат както в първия случай на
240 : 20 = 12 пейки. Тогава всички пейки са 13, а спортистите са
13. 190 + 140 = 2420.

II начин. Нека всички пейки без последната са х на брой и "вдигнем" спортисти в двата случая така, че на пейките да седят по 140 човека. В първия случай правите хора ще бъдат 50 . х, а във втория ще бъдат 30.х + 30 + 210 или 50 . х = 30 . х + 240

20 . х + 30 . х = 30 . х + 240

20 . х = 240

Отговор: пейките са 13, а спортистите са 2420

За упражнение реши

Задача 5. Сашо и Павел заедно имат два пъти повече точки на входния тест по математика отколкото Иван. Иван има 15 точки повече от Сашо. С колко точките на Павел са повече от тези на Сашо?

Задача 6. В магазин "Електродом" продали 4 еднакви хладилника, 3 еднакви телевизора и 2 еднакви климатика на обща стойност 6960лв. Известно е, че един климатик е с 690лв. по-скъп от един хладилник, а един хладилник е с 240лв. по-евтин от един телевизор. Намерете каква е цената на всеки един от тези предмети?

Задача 7. В един магазин докарали 180 тетрадки от два вида - с широки редове и на квадратчета. През първия ден продали 36 тетрадки с широки редове и 24 на квадратчета. Вечерта продавачът установил, че броят на останалите тетрадки с широки редове е три пъти по-голям от останалите тетрадки на квадратчета. По колко тетрадки от двата вида са докарали в магазина?

Задача 8. Фабрика "Денди" произвежда ризи с дълги и къси ръкави. Ризите с дълги ръкави имат по 8 предни копчета и по още 2 копчета на ръкавите. Ризите с къси ръкави имат по 6 предни копчета. За 1 час зашитите във фабриката предни копчета са 10 пъти повече от копчетата на ръкавите. От кой вид ризи са произведени повече за този 1 час? Колко пъти те са повече от произведените ризи от другия вид?

Конкурсни задачи за II етап

Задача1. Червената шапчица носела на баба си баница за 48лв. в кошница, която струвала два пъти повече от баницата. Вълкът изял баницата и счупил кошницата. Докато бягала, Червената шапчица си изгубила шапката, която струвала пет пъти повече от баницата. Ловците убили вълка и продали кожата му за 3840лв. Каква част от тези пари трябва да дадат ловците на Червената шапчица, за да възстановят точно нейните загуби?

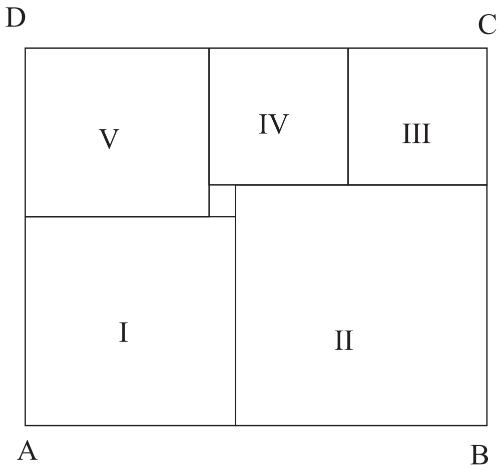
Задача 2. На мястото на еднаквите букви поставете еднакви цифри, а на различните букви - различни цифри, така че А да е възможно най-голямо и да е вярно равенството

$$\begin{array}{r} \text{КЛАС} \\ +\ \text{КЛАС} \\ \text{КЛАС} \\ \hline \text{МРЕЖА} \end{array}$$

Задача 3. Правоъгълникът ABCD е разрязан на 6 квадрата. Квадратите III и IV имат равни страни. Страната на квадрат I е с 4см по-голяма от страната на квадрат III. Отсечката AB е с 4см по-малка от отсечката AB.

а)Намерете страната на най-малкото квадратче и след това намерете страните на правоъгълника ABCD.

б)Правоъгълникът ABCD е разрязан на еднакви правоъгълници с една страна 11 см, а другата - естествено число в сантиметри. По колко начина може да стане това? Намерете сбора от обиколките на еднаквите правоъгълници във всеки от случаите.



уч. 2009-2010 г.

В царството на десетичната бройна система

Боби подготвяше домашното си за кръжока по математика. Трябваше да намери сумата на всички трицифрени числа, записани с цифрите 1, 2, 3.

" Колко малко цифри, а толкова много числа" - мислеше Боби, докато ги изписваше 111, 112, 113, 121, 122 ... "Добре, че Госпожата не иска да събираме петцифрени числа".

Дали има някоя хитринка , която да "разплете" тази задача. Разбира се, че "да", стига и вие, и Боби да познавате разширения десетичен запис.

Например числото 123 в разширен запис се представя като

1.100 +2.10 +3, тъй като има 1 стотица 2 десетици и 3 единици. Изобщо всяко двуцифрено число можем да запишем така:

$\overline{ab} = 10.a + b$, тъй като десетиците са **a**, а единиците са **b**, а всяко трицифрено число така: $\overline{abc} = 100.a + 10.b + c$.

Обърнете внимание, че на мястото на **a**, **b** или **c** могат да се поставят само цифри.

Преди да решим задачата на Боби нека започнем с

1 задача: Цифрата на десетиците на едно двуцифрено число е три пъти по-голяма от цифрата на единиците. Ако към числото прибавим числото записано със същите цифри, но в обратен ред ще получим 88. Кое е първоначалното число?

Решение: От условието имаме ,че:

$$\overline{ab} + \overline{ba} = 88 \Rightarrow$$
$$10.a + b + 10.b + a = 88 \Rightarrow$$
$$11.a + 11.b = 88 \Rightarrow$$
$$11.(a + b) = 88 \Rightarrow$$
$$a + b = 88 : 11 \Rightarrow$$
$$a + b = 8$$

Тъй като **a=3.b** , получаваме **3.b+b=8 => 4.b=8 => b=2 => a=6**

Отговор: 62

2 задача: Сумата от цифрите на едно двуцифрено число е 11 . Ако съберем това число с 27, ще получим число записано със същите цифри, но в обратен ред. Кое е първоначалното число?

Решение: Записваме условието така:

$\overline{ab} + 27 = \overline{ba} \Rightarrow$
$10.a + b + 27 = 10.b + a \Rightarrow$
$9.a + a + b + 27 = 9.b + b + a$

Можем да отстраним равните събираеми от двете страни на равенството , след което получаваме

$9.a + 27 = 9.b \Rightarrow 9.(a+3) = 9.b \Rightarrow a+3 = b$

Тъй като по условие $a+b=11$, а горният резултат ни дава, че $b= a+3$, стигаме до следното равенство

$a+ a+3=11 \Rightarrow 2.a=8 \Rightarrow a=4$. Тогава $b=7$

Отговор: 47

3 задача: В трицифрено число зачеркнали първата отляво цифра и се получило число 7 пъти по-малко от първоначалното. Кое е числото?

Решение: Нека числото е $\overline{abc}$. След зачеркване на първата цифра, получаваме числото $\overline{bc}$. От условието следва, че

$\overline{bc} \,.\, 7 = \overline{abc} \Rightarrow$
$7 \,.\, \overline{bc} = 100.\, a + \overline{bc} \Rightarrow$
$6 \,.\, \overline{bc} = 100 \,.\, a \Rightarrow$

Дясната страна на равенството е число, което завършва на 0 => числото в ляво също трябва да завършва на 0. Тогава на мястото на **c** можем да поставим 0 или 5.

Ако c=0 =>

$6.(10.b+0)=100.a \Rightarrow 60.b = 100.a \Rightarrow 6.b=10.a.$

Числото в дясно отново завършва на 0 => 6.b завършва на 0. Единствените възможни цифри са b=5 и a=3 (b=0 и a=0 не водят до решение).

Ако **c=5** => $6.(10.b+5)=100.a \Rightarrow 60.b+30=100.a \Rightarrow 10.(6.b+3)=100.a \Rightarrow 6.b+3 = 10.a$. В последното равенство числото в дясно завършва на 0, а в ляво няма такова b, което да доведе до такъв резултат. Тоест при **c=5** няма решение.

Отговор: 350

4 задача: Първата цифра на трицифрено число е 8. Ако я преместим на последно място, ще получим число, което е със 126 по-малко от първоначалното. Кое е числото?

Решение: Нека запишем изходното число като $\overline{8bc}$, а числото след преместването на цифрата 8 като $\overline{bc8}$. Тогава:

$$\overline{8bc} = \overline{bc8} + 126$$
$$800 + 10 \,.\, b + c = 100 \,.\, b + 10 \,.\, c + 8 + 126$$
$$800 + 10 \,.\, b + c = 10 \,.\, b + 90 \,.\, b + c + 9 \,.\, c + 134$$

Отстраняваме равните събираеми от двете страни на равенството и получаваме:

$$800 = 90.b+9.c+134 \Rightarrow 666 = 9.(10b+c) \Rightarrow 666 : 9= 10.b+c \Rightarrow 74 = \overline{bc}$$

Отговор: 874

Нека се върнем на задачата на Боби. Трябва да намерим сумата на всички трицифрени числа $\overline{abc} = 100.a + 10.b + c$, като всяко от a, b и c може да е 1,2 или 3. За всяка от позициите a, b и c имаме по 3 възможни избора => всички числа, които можем да запишем с цифрите 1,2,3 са общо 3.3.3=27 числа.

Цифра 1 участва като стотица 9 пъти. Цифрите 2 и 3 също участват като стотици по 9 пъти . За десетиците и единиците отново имаме, че цифритте 1, 2 и 3 се срещат по 9 пъти . Тогава сумата на числата от търсения вид е :

9.(100.1+100.2+100.3+10.1+10.2+10.3+1+2+3) =9.(100.6+10.6+6)

Окончателно получаваме **9.666= 5994**

Задачи за упражнение

5 задача: В трицифрено число зачеркнали средната цифра. Получило се число 6 пъти по-малко от първоначалното. Кое е изходното число?

Упътване: $\overline{ac}.6 = \overline{abc}$ След като разпишете в разширен десетичен запис и преобразувате ще получите **5. c = 40.a + 10 . b**

От тук лесно следва, че c= 8, тъй като сумата в дясно завършва на 0 и е по-голяма или равна на 40.

Отговор: 108

6 задача: Трицифрено число има за цифра на стотиците 7. Ако я преместим на мястото на единиците ще се получи число със 117 по-малко от първоначалното. Кое е то?

Упътване: $\overline{7bc} = \overline{bc7} + 117$

Отговор: 764

7 задача: Намерете цифрите a, b и c, които изпълняват условието $\overline{abc}+\overline{bc}+c=487$

Упътване: След като разпишете лявата част в разширен десетичен запис , установете, че сумата трябва да завършва на 7, което е възможно само при c=9

Отговор: 3,8,9 или 4,3,9

Конкурсни задачи
за II етап на задочен кръг на ОЗМШ

1 задача: Намерете всички трицифрени числа, които при зачеркване на средната цифра се намалява 9 пъти.

2 задача: Боби написа числата от 1 до 50, като всяко число написа толкова пъти, колкото е самото то : една единица, две двойки, три тройки и така нататък. Накрая написа 50 пъти числото 50.

a) Колко цифри е употребил Боби за написването на едноцифрените числа?

b) Колко цифри са употребени за написването на двуцифрените числа?

3 задача: Пепи, Боби , Васко и Иво събрали пари за подарък. Всички пари, без тези на Пепи, са 40 лв. Парите, без тези на Боби , са 45 лв.; без тези на Васко са 44 лв., а без тези на Иво са 27 лв. Колко лева е дало всяко момче?

Желаем ви успех!

Не забравяйте крайния срок!

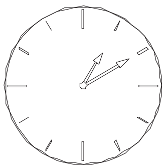
Задачи с часовници

Още помня първия си часовник, подарен ми за края на учебната година. Изпитвах огромно удоволствие да съсредоточавам поглед върху деленията, на които са попаднали стрелките и почти незабележимото им движение. Вие пазите ли своите първи часовници . Давайте ги насам. Започва час по „Часовникова математика".

За начало да припомним:

I. 1 час= 60 минути
1 минута=60 секунди
1 час= 3600 секунди

II. Циферблатът на часовника е разделен на 12 часови деления, но в денонощието има 24 часа.



На показаната фигура часът е 13.10 или 1.10 .

III. Когато голямата стрелка направи един пълен оборот, тоест премине през всичките 12 часови деления малката преминава от едно часово деление на друго.Това означава, че часовата стрелка се движи 12 пъти по-бавно от минутната . Но се движи. Разстоянието между 2 съседни часови деления, изминато от минутната стрелка съответства на 5 минути.

1 задача: Колко е часът, ако :
а) От 15.00 ч. са изминали 78 минути
б) От 16.40 ч. са изминали 206 минути

Решение:

а) 78 минути =60 минути +18 минути
Тъй като 60 минути са 1час, то 78 минути са 1 час и 18 минути .

Отговор: 16.18 ч.

б) 206 минути= 3x60 минути +26 минути.
206 минути са 3 часа и 26 минути. След като прибавим към 16.40 3 часа и 26 минути получаваме 19 часá и 66 минути, но 66 минути са 1 час и 6 минути.

Отговор: 20.06 ч.

Забележете, че ако минутите надминават 60, то от тях отделяме кх60 за да ги превърнем в часове.

2 задача: На часовник му паднала часовата стрелка.Ева забелязала , че от 12 часа́ минутната стрелка е направила

а) 2 пълни завъртания и четвъртинка от третото.

б) 3 пълни завъртания и третинка от четвъртото.

Решение:

а) 2 пълни завъртания са 120 минути = 2 часа , а четвъртинката е 60:4 = 15 минути.

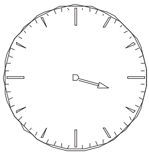
Отговор: 14.15 ч.

б) 3 пълни завъртания са 3 часа.Третинката е 60:3=20 минути

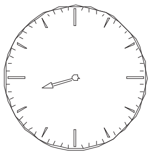
Отговор: 15.20 ч.

3 задача: На стар часовник му липсва минутната стрелка . Колко часа́ до минути показва часовникът?

а) часовата стрелка сочи 18 минути



б) часовата стрелка сочи 42 минути



Решение:

а) Тъй като малката стрелка е изминала 3 минутни деления след 3 часа́, то голямата е изминала 12 пъти повече т.е. 36 минути

Отговор: Часът е 3.36 ч. или 15.36 ч.

б) За 2 минутни деления, които малката стрелка е изминала след 8часа́, голямата е изминала24 минутни деления.

Отговор: 8.24 ч. или 20.24 ч.

4 задача: В 22.00, при сверен будилник , Теди го навила да звъни в 6.30. Часовникът избързва с 2 минути на час. Колко минути по-рано ще звънне часовника ?

Решение: От 22.00 до 6.30 ще изминат 8 часа и 30 минути. За това време часовникът ще избърса с 8х2минути за осемте часа и с1 минута за тридесетте минути, които са половин час.
Отговор: 17 минути

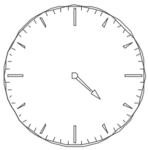
Задачи за упражнение

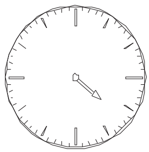
5 задача: Колко секунди ще изминат , ако часовата стрелка се е придвижила

а) от 30 минути до 31 минути
б) от 23 минути до 28хминути

Отговор: а) 720 секунди
б) 3600 секунди

6 задача: Колко е часът, ако часовата стрелка показва :
а) 36 минути б) 22 минути





Отговор : а) 18.12 ч. или 6.12 ч.
б) 16.24 ч. или 4.24 ч.

7 задача: Будилник изостава с 8 минути за 3 часа . Сверен е преди 6 часа и 45 минути. Ако сега е точно 12 часа́, колко часа́ показва часовникът?

Упътване : Ако за 3 часа часовникът изостава с 8 минути, то за 45 минути изостава с 2 минути.

Отговор: 11.52 ч.

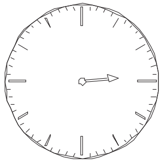
8 задача: Когато в София е 12.00 ч. в Амстердам е 11.00ч. Колко часа е полетът от Амстердам до София, ако самолетът излита в 7.00 ч. от Амстердам и каца в 10.30 ч. в София?

Отговор: 2часа и 30 минути.

Конкурсни задачи за II етап на задочен кръг на ОЗМШ

1 задача:

а) Часовник, който върви точно, няма минутна стрелка. В момента часовата стрелка показва 14 минути. Колко е часът до минути.



б) Като използвате полученото в а) време намерете колко часът показва часовник, който изостава с 5 минути на час и е сверен в 12.00 ч

2 задача: В едно семейство има три сестри на различна възраст. Първата сестра казала, че сумата от годините на другите две е 15. Втората казала, че сумата от годините на сестрите ú е 17. А третата , че сумата от годините на сестрите ú 20. Намерете възрастта на всяка от сестрите.

3 задача: Намерете обиколката на триъгълник съсстрани a, b, и c, ако:
a = 30 см. b е неизвестното число от равенството ((2432:b)-9).2+8=142
c е обиколката на правоъглника от чертежа ,който е съставен от квадрати.