Математически турнир „Иван Салабашев“, 2023 г.
Решения на задачите от темата за 5 клас

1. Колко е разликата на А и В, ако А = $\frac{1+2+3}{4+5+6}$ и В = $\frac{1\cdot 2\cdot 3}{4\cdot 5\cdot 6}$?

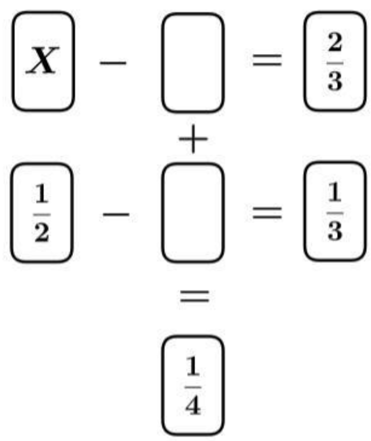
А) 0 Б) $\frac{9}{10}$ В) $\frac{7}{20}$ Г) $\frac{9}{20}$

Отговор: В.

2. Едно от трицифрените числа Е 1 N, 1NE и N E 1 се дели на 2, друго се дели на 5, а третото се дели на 3. Колко е Е · N + E + N?

А) 17 Б) 29 В) 41 Г) 53

Отговор: В.



3. Кое е числото Х на схемата?

А) $\frac{3}{4}$ Б) $\frac{7}{12}$ В) $1\frac{1}{12}$ Г) $1\frac{1}{2}$

Отговор: А.

4. Торин има съкровище с по-малко от 400 кристали. Той казал на Билбо:
– Мога да разделя цялото съкровище на 12 еднакви купчини и да ти дам една от тях. Мога и да го разделя на 15 еднакви купчини и да ти дам две от тях. Също мога да разделя съкровището на 16 еднакви купчини и да ти дам три от тях.
Билбо избрал най-щедрото предложение. Колко кристали е взел Билбо?

А) 36 Б) 45 В) 48 Г) 54

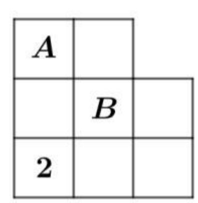
Отговор: Б.

5. Баба опекла три вида банички: с ябълки, с тиква и със сирене. На всеки от внуците си тя дала по една баничка от трите вида. Оказало се, че е раздала третината от баничките с ябълка, четвъртината от баничките с тиква, петината от баничките със сирене и са останали общо 54 банички. Колко внуци има баба?

А)9 Б)6 В)4 Г)3

Отговор: Б.

6. В квадратчетата на схемата запишете цифрите 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8 така, че по трите хоризонтали (отляво надясно) да се образуват числа, кратни на 3, а по трите вертикали (отгоре надолу) да се образуват числа, кратни на 12. Колко е А + В?



А)8 Б)9 В)10 Г)12 Отговор: А.

7. Произведението на годините на майка и двете и´ деца е равно на 217. След колко години сборът от годините на децата ще е 2 пъти по-малък от годините на майката?

А)3 Б)4 В)5 Г)6

Отговор: В.

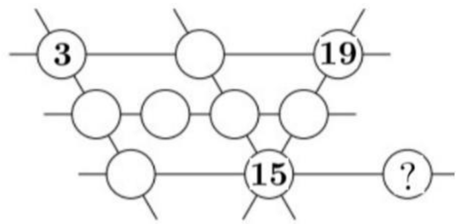
8. Вики хванал Рали и Жори за ръка и тръгнали заедно към училище. Докато Вики направи 4 крачки, Рали прави 5 крачки. Докато Рали направи 6 крачки, Жори прави 7 крачки. Когато стигнали, се оказало, че Жори е направил с 55 крачки повече от Вики. Колко крачки е направила Рали по пътя?

А) 120 Б) 150 В) 180 Г) 240

Отговор: Б.

9. Редица от числа е хубава, ако всяко число след първото се получава от предишното, като се прибавя едно и също число или, ако всяко число след първото се получава от предишното, като се изважда едно и също число. Например, 1, 3, 5, 7 и 10, 6, 2 са хубави редици.

Попълнете кръгчетата на схемата така, че чис-лата, подредени по всяка от шестте прави, да образуват шест хубави редици.



А) 17 Б) 19 В) 21 Г) 23

Отговор: Г.

10. Каква част от трицифрените числа са кратни на точно две от числата 2, 3 и 5? (Първото число с това свойство е 100 – кратно е на 2 и на 5, но не на 3.)

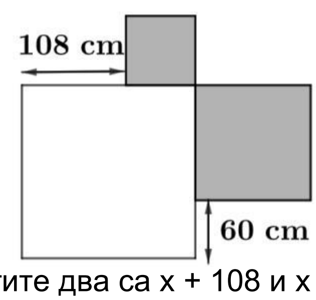
А) $\frac{3}{10}$ Б) $\frac{7}{30}$ В) $\frac{4}{15}$ Г) $\frac{1}{5}$

Отговор: Б.

11. Сборът от годините на Асен, Борис, Васил и Георги е 88. Асен и Борис имат разлика 3 години, Борис и Васил имат разлика 2 години и Васил и Георги имат разлика 1 година. Ако Асен е най-голям, на колко години е Георги?

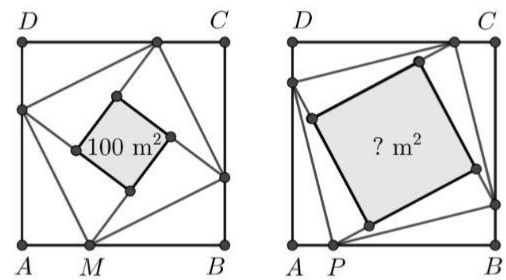
Отговор: 21.

12. Домът на майка Зайка има обиколка 1104 cm и се състои от три квадратни стаи, показани на скицата. Трите стаи са покри-ти с квадратни плочки с еднакъв размер: голямата стая е с бели плочки, а другите две – със сиви. Най-малко с колко белите плочки са повече от сивите?



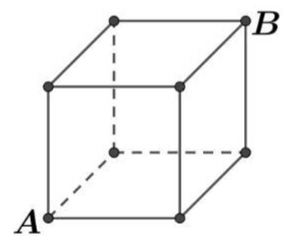
Отговор: 89. Ако страната на най-малкия квдрат е x, страните на другите два са x + 108 и x + 48, а обиколката на целия дом е 8x + 528 = 1104 и намираме x = 72. Страната на плочката е най-много НОД(72, 180, 120) = 12 см. Белите плочки са (180 : 12).(180 : 12) = 225, а сивите са (120 : 12).(120 : 12) + (72 : 12).(72 : 12) = 100 + 36 = 136. Белите са поне с 89 повече.

13. На страната АВ на квадрата ABCD отбеля-зах точка М така, че ВМ = 2 · АМ. След това разделих квадрата на 8 еднакви триъгълника и квадрат с лице 100 cm$_2$, както е показано на чертежа.
Ако вместо това на страната АВ отбележа точ-ка Р така, че ВР = 4 · ВР и отново разрежа квадрата на 8 еднакви триъгълника и квадрат (виж втория чертеж), колко квадратни метра ще е лицето на оцветения квадрат?
Отговор: 324.

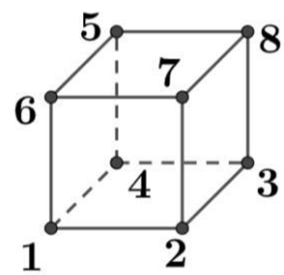


14. Кое е най-малкото число АБВГД, което се записва с пет различни цифри и всяко от дву-цифрените числа АБ, БВ, ВГ и ГД е просто?
Отговор: 23179. Ясно е, че Б, В, Г, Д не са от множеството 0, 2, 4, 6, 8, 5. Остават цифрите 1, 3, 7 и 9. Най-малко А е 2 и лесно получаваме 23179.

15. Мравка се движи по ръбовете на куб, като през всеки връх минава най-много по един път. По колко различни маршрута тя може да стигне от връх А до връх В?



Отговор: 18. При означенията на чертежа, търсим маршрутите от връх 1 до връх 8.
От съображения за симетрия е ясно, че броят на търсените марш-рути, които тръгват от 1 към 2, е равен на броя на маршрутите, които тръгват от 1 към 4, както и на броя на маршрутите, които тръгват от 1 към 6.



Маршрутите, които тръгват от 1 към 2, са:

- с едно изкачване във връх 2:

  1→2→7→8

  1→2→7→6→5→8

- с едно изкачване във връх 3:

  1→2→3→8

- с едно изкачване във връх 4:

  1→2→3→4→5→8

  1→2→3→4→5→6→7→8

- с изкачване – слизане – изкачване:

  1→2→7→6→5→4→3→8

Общо получаваме 3 × 6 = 18 маршрута.